

CONTRIBUTION OF LONGITUDINAL STIFFENER TO THE STRENGTH AND STIFFNESS OF COLD FORMED STEEL BEAM C-SECTION

KONTRIBUSI PENGAKU LONGITUDINAL PADA KEKUATAN DAN KEKAKUAN BALOK BAJA CANAI DINGIN PENAMPANG-C

Hidajat Sugihardjo

Staf Pengajar pada Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan Institut Teknologi Sepuluh Nopember Kampus ITS Keputih Sukolilo Surabaya 60111, e-mail : hidajat_sugihardjo@yahoo.com ; hidayat@ce.its.ac.id

ABSTRACT

The shear center of cold formed steel beam C-section is not at the same point as that of its centre of gravity. Therefore, applying bending load on this section will technically produce torque along them. In order to reduce the excessive deformation as well as to reduce the normal stress due to the warping moments produced, the installation of stiffeners in the form of steel plates in longitudinal direction at a certain distance is proposed. In order to study the above structural behavior, this research is involving two stages, including analytical and experimental of the bending beam element model with warping torsion. During the analytical stage, longitudinal stiffeners are modeled as an unbraced fixed torque, where the derivative of the rotation angle is restrained, and the rotational is released. This element model is also compared with the beam model as a mesh of flat shells. While during the experimental stage, the influence of longitudinal stiffeners is investigated by placing the stiffeners at varying distances and dimensions. Additionally, unsymmetrical bending load with utmost half of normal stress due to combined bending and warping torsion, close to the allowable stress, is applied. The result shows that, generally, the installation of longitudinal stiffeners, either placed evenly along the beam or at the ends only, will increase the strength and stiffness of the beam. Moreover, longitudinal stiffeners installed evenly contribute strength and stiffness more than that is placed on the ends, if the same weight of stiffeners is installed. Meanwhile, the comparison of analytical results with the model of bending and warping torsion elements of the experimental results shows good accuracy. The accuracy of beam model as a mesh of flat shell is better and more conservative compared to the experimental results. Finally, the contribution of this research is that only by installing two longitudinal stiffener plates on the both ends, with a weight of 3.9% of weight of the beam, both the strength and the stiffness are increased up to 35.9% and 38.3% respectively. This is very useful to solve the case where many purlins deformed excessively due to unsymmetrical bending loads.

Keywords: cold formed steel C section, longitudinal stiffeners, bending and warping torsion, strength, stiffness

ABSTRAK

Profil baja C dinding tipis-canai dingin mempunyai pusat geser yang tidak berimpit dengan pusat massanya. Pembebanan lentur pada penampang ini pada umumnya selalu diikuti oleh torsi. Untuk mereduksi perubahan bentuk yang berlebihan dan untuk mengurangi tegangan normal akibat momen warping (pilin), diusulkan pemasangan pengaku berupa pelat baja arah longitudinal pada jarak tertentu. Untuk mengetahui perilaku struktur tersebut, kajian dilakukan secara analitik dan eksperimental. Pada kajian analitik distudi model elemen balok lentur disertai torsi warping. Pengaku longitudinal dimodelkan sebagai jepit torsi yang bergoyang, dimana turunan sudut rotasi terkekang, sedang rotasinya dilepas. Model elemen ini juga dibandingkan dengan model balok sebagai jaringan cangkang datar tipis. Pada kajian eksperimental, pengaruh pengaku longitudinal distudi dengan cara menempatkannya pada jarak dan dimensi pengaku yang bervariasi. Beban lentur yang tidak simetris diberikan sampai kira-kira tegangan normal akibat kombinasi lentur dan torsi warping, mendekati tegangan ijin. Secara umum dengan penambahan pengaku longitudinal, baik yang dipasang secara merata sepanjang balok maupun di ujung-ujung saja, dapat meningkatkan kekuatan dan kekakuan balok. Pengaku longitudinal yang dipasang merata, sumbangan kekuatan dan kekakuannya, lebih baik dari yang dipasang di ujung-ujung, jika ditinjau pada penambahan berat pengaku yang sama. Perbandingan hasil analitik dengan model elemen lentur dan torsi warping terhadap hasil eksperimental cukup akurat. Akurasi pemodelan balok sebagai jaringan cangkang datar tipis lebih baik, lebih konservatif dibandingkan dengan hasil-hasil eksperimental. Kontribusi unggulan dari penelitian ini adalah bahwa hanya dengan menambah dua pelat pengaku longitudinal di ujung-ujung, dengan berat 3,9% dari berat balok, mampu meningkatkan kekuatan 35% dan kekakuan 38%. Hal ini sangat bermanfaat dalam praktek di lapangan untuk mengatasi kasus-kasus gording yang banyak mengalami deformasi yang berlebihan akibat beban lentur tidak simetrik.

Kata-kata kunci : balok C canai dingin, pengaku longitudinal, lentur dan torsi warping, kekuatan, kekakuan

PENDAHULUAN

Balok baja C canai dingin termasuk *balok dinding tipis* yang didefinisikan sebagai : “Elemen struktur yang terdiri dari badan-badan yang berbentuk cangkang panjang prismatic. Tebal cangkang kecil dibandingkan dengan setiap dimensi karakteristik lain pada penampang dan dimensi penampang kecil dibanding dengan panjang cangkang”. (Vlazov, 1961). Contoh lain : balok-balok canai panas (*hot rolled*), elemen-elemen dinding penuh

(*girder*) dan portal, cangkang-cangkang silindrik atau prismatic, *bunkers*, konstruksi pipa, kapal dan lain-lain.

Ciri utama yang membedakan balok dinding tipis terhadap balok solid adalah adanya perubahan panjang longitudinal akibat torsi. Akibatnya timbul tegangan normal longitudinal sesuai regangan yang terjadi, disamping tegangan tangensial. Pada profil C, I, WF, misalnya, pada satu sayapnya sebagian tertarik sebagian tertekan, sehingga penampang tidak sebidang atau hukum Bernoulli tidak berlaku lagi. Distorsi dari bidang penampang yang diakibatkan oleh perpindahan titik-titiknyanya dalam arah lo-

ngitudinal disebut *warping*. Torsi yang bekerja pada balok dinding tipis ini adalah torsi terkekang atau torsi tidak seragam, yaitu torsi dimana bagian terpisah longitudinalnya (pelat) dari balok mengalami lentur, disamping torsi seragam (St. Venant). Momen lentur yang terjadi ini disebut *momen warping* (Timoshenko, 1963) atau *bimoment* (Vlazov, 1961).

Pengaruh dari warping terkekang yang tidak diperhitungkan pada torsi murni, dapat mengakibatkan perubahan nilai deformasi atau gaya-gaya dalam yang lain. Hal ini terjadi baik pada balok dinding tipis dengan penampang terbuka yang kaku maupun fleksibel. Pada sebuah pedestal turbin generator dengan memperhitungkan warping disimpulkan adanya tambahan tegangan normal akibat warping (10-40%) terhadap perhitungan konvensional (Ettouney, 1983).

Analog teori lentur, besarnya bimomen dan torsi yang timbul untuk pembebanan dan syarat batas yang sederhana dapat dilakukan secara analitik. Misal dengan cara penyelesaian persamaan diferensial non homogen (Galambos, 1968), (Galambos dan Surovek, 2008), (Murray, 1986) ataupun dengan cara distribusi momen (Medwadowski, 1985), (Murray, 1986). Untuk beban-beban dan syarat batas yang lebih kompleks, metoda numerik lebih sesuai.

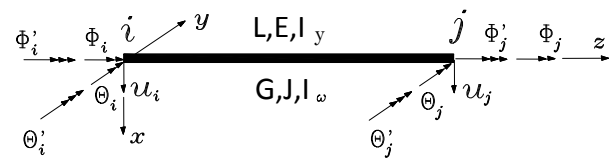
Pada struktur yang mengalami lentur dan torsi, jika elemennya sederhana, misal elemen balok bisimetrik, solusi akibat lentur dan torsi dengan metoda kekakuan langsung dapat dilakukan terpisah. Untuk elemen balok silang, portal maupun penampang tidak simetrik, lentur dan torsi saling bergantung. Penyusunan matrik kekakuannya harus dikombinasikan (Ettouney, 1983), (Nukulchai, 1988), (Krahula, 1967), (Murray, 1986).

Profil C baja canai dingin sering digunakan sebagai konstruksi balok, terutama gording, karena ringan, kekuatan dan kekakuannya tinggi. Tetapi karena profil ini mempunyai pusat berat yang tidak berimpit dengan pusat geser, sehingga pada pembebanan transversal lewat pusat beratnya timbul momen lentur yang diikuti oleh torsi warping (Yu, 2000) Untuk mereduksi perubahan bentuk yang berlebihan dan untuk mengurangi tegangan normal akibat momen *warping* (pilin), sering dipasang diafragma geser berupa pelat baja tipis melintang pada jarak tertentu. Cara ini ternyata hanya sedikit meningkatkan kekuatan dan kekakuan balok (Sugihardjo, 1995). Untuk meningkatkan kekuatan dan kekakuannya dipasang pelat pengaku arah longitudinal pada jarak tertentu. Sifat dari pengaku ini dapat diasumsikan sebagai jepit torsi yang bergoyang. Secara teoretik dengan menggunakan solusi eksak telah dibuktikan bahwa dengan penambahan dua pengaku longitudinal pada ujung-ujung balok dapat mereduksi momen warping sebesar 18%, (Gjelsvik, 1981).

Berdasarkan Program Komputer untuk balok yang mengalami lentur dan momen puntir, (Sugihardjo, 1990), titik nodal pada pengaku longitudinal dapat dianggap sebagai jepit yang mengalami perpindahan (bergoyang). Asumsi ini mengakibatkan turunan sudut puntirnya, $d\phi/dx$, terkekang sedang sudut puntirnya, ϕ , dilepas. Kontrol analitik juga dilakukan dengan memodelkan balok sebagai jaringan cangkang datar tipis (*flat shell*) (SAP2000, 2009). Kajian analitik ini akan divalidasi dengan hasil eksperimental, dimana tegangan yang terjadi pada penampang C dihitung berdasarkan pembacaan *strain gage* uniaksial yang ditempatkan sejajar sumbu longitudinal batang.

KAJIAN ANALITIK

Model elemen balok lentur dengan torsi warping diturunkan dari balok silang (*grids*) yang memperhitungkan torsi warping, dimana momen warpingnya tegak lurus sumbu batang selalu nol atau $\theta' = 0$ (Sugihardjo, 1990, 1996). Model elemen balok silang dengan torsi warping seperti pada Gambar 1 dan matrik kekakuan elemennya seperti pada persamaan (1).



Gambar 1. Model elemen balok silang dengan torsi warping

$$[k] = \begin{matrix} u_i & \theta_i & \theta_i' & \phi & \phi_i' & u_j & \theta_j & \theta_j' & \phi_j & \phi_j' \\ \left[\begin{array}{cccccccccc} A & B & 0 & 0 & 0 & -A & B & 0 & 0 & 0 \\ & C & 0 & 0 & 0 & -B & D & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & H & L & 0 & 0 & 0 & -L & M \\ & & & & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & A & -B & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & C & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & H & -L \\ & & & & & & & & & N \end{array} \right] \end{matrix} \quad (1)$$

Dimana: $A = \frac{12EI_y}{L^3}$ $B = \frac{6EI_y}{L^2}$ $C = \frac{4EI_y}{L}$ $D = \frac{2EI_y}{L}$

$H = \frac{\lambda^3 \sinh \lambda L}{\Delta} EI_\omega$ $L = \frac{\lambda^2 (\cosh \lambda L - 1)}{\Delta} EI_\omega$

$M = \frac{\lambda (\sinh \lambda L - \lambda L)}{\Delta} EI_\omega$

$N = \frac{\lambda (\lambda \cosh \lambda L - \sinh \lambda L)}{\Delta} EI_\omega$

$\Delta = 2(1 - \cosh \lambda L) + \lambda L \sinh \lambda L$ $\lambda^2 = \frac{GJ}{EI_\omega}$

E = modulus elastisitas

I_y = momen inersia terhadap sumbu-y

L = panjang elemen

G = modulus geser

J = konstanta puntir

I_ω = momen inersia warping

Jadi untuk elemen balok lentur dengan torsi warping matrik kekakuannya berukuran 8x8 dengan mensubstitusi $\theta_i' = \theta_j' = 0$ pada persamaan (1). Selanjutnya dengan Metode Kekakuan Langsung, matrik kekakuan elemen ini dirakit dalam matrik kekakuan struktur sesuai vektor tujuannya untuk menyelesaikan persamaan keseimbangan statik (2), sehingga deformasi dan gaya-gaya dalam balok dapat dihitung.

$$[K]\{U\} = \{P\} \quad (2)$$

Dimana : $[K]$ = matrik kekakuan struktur

$\{U\}$ = matrik perpindahan struktur

{P} = matrik perpindahan struktur

Kombinasi tegangan normal pada suatu penampang akibat kombinasi momen lentur dan momen warping dapat dihitung dengan persamaan (3).

$$\sigma = \frac{M_y x}{I_y} + \frac{M_\omega \omega_n}{I_\omega} \quad (3)$$

Dimana : M_y = momen lentur terhadap sumbu-y

x = jarak serat terhadap sumbu-y

M_ω = momen warping

ω_n = warping unit

Besarnya warping unit, ω_n , dan momen inersia warping, I_ω , dihitung dengan persamaan (4).

$$\omega_{nj} = \frac{1}{2A} \left[\sum_{i=0}^n (\omega_{0i} + \omega_{0j}) t_{ij} b_{ij} \right] - \omega_{0j} \quad (4)$$

Dimana: $I_\omega = \frac{1}{3} \sum_{i=0}^n (\omega_{ni}^2 + \omega_{ni} \omega_{nj} + \omega_{nj}^2) t_{ij} b_{ij}$

$$\omega_{ij} = \sum_{i=0}^n \rho_{ij} b_{ij} \quad \omega_{0j} = \sum_{i=0}^n \rho_{0ij} b_{ij}$$

$$y_0 = \frac{I_{\omega y}}{I_y} = \text{jarak pusat massa ke pusat geser}$$

$$I_{\omega y} = \frac{1}{3} \sum_{i=0}^n (\omega_i y_i + \omega_j y_j) t_{ij} b_{ij} + \frac{1}{6} \sum_{i=0}^n (\omega_i y_j + \omega_j y_i) t_{ij} b_{ij}$$

t_{ij} = tebal elemen i-j ; b_{ij} = lebar elemen i-j ;

ρ_{ij} = jarak elemen i-j ke pusat berat ; ρ_{0ij} = jarak elemen i-j ke pusat geser

KAJIAN EKSPERIMENTAL

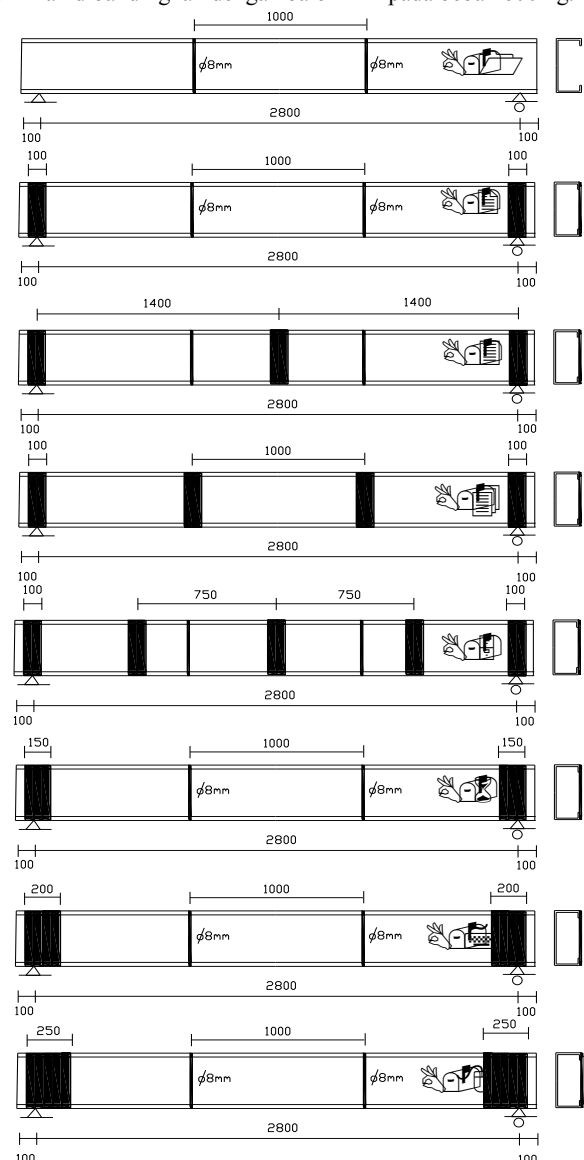
Dalam eksperimental ini delapan balok benda uji dibuat dari penampang C 200x67x8,5x3 baja B_j 37 dengan variasi jarak dan panjang pengaku longitudinal seperti terlihat pada Tabel 1 dan Gambar 2 (Sugihardjo, 1996). Dari Tabel 1 ini benda uji dapat dikelompokkan menjadi dua berdasarkan jarak antara pengaku longitudinal dan panjang pengaku longitudinal.

Seting perletakan balok benda uji dikondisikan mendekati pada kebanyakan peraktek di lapangan, seperti terlihat pada Gambar 3. Penempatan *strain gage* uniaksial pada sisi kiri sayap bawah, dimana akibat momen warping akan menyebabkan tambahan tegangan normal tarik. Dial vertikal dan horisontal dipasang disekitar tengah bentang untuk mengukur defleksi balok, membandingkan dengan hasil analitik dan menghitung peningkatan kekakuannya. Supaya lebih bisa dibandingkan dengan cara analitik (terutama pengaruh torsi warpingnya), dipasang baut Ø12 mm sebagai representatif beban nodal terpusat. Batang baja Ø8 mm ditempatkan pada titik dibawah beban terpusat untuk memecah tekuk lokal penampang. Pengaruh tambahan batang baja bulat ini terhadap peningkatan kekuatan dan kekakuan balok bisa diabaikan (Sugihardjo, 1995).

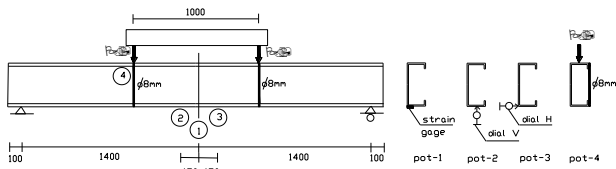
Tabel 1. Dimensi benda uji dan pengaku (Sugihardjo, 1996)

Benda Uji	Panjang Balok (mm)	Bentang Balok (L)mm	Jarak Pengaku (L ₀)mm	Dimensi Pengaku 200xL ₁ x3 (mm)	L/L ₀ (≈)	L/L ₁ (≈)
B-1	3000	2800	-	-	-	-
B-2	3000	2800	2800	200x100x3	1	30
B-3	3000	2800	1400	200x100x3	2	
B-4	3000	2800	1000	200x100x3	3	
B-5	3000	2800	750	200x100x3	4	
B-6	3000	2800	2800	200x150x3		20
B-7	3000	2800	2800	200x200x3		15
B-8	3000	2800	2800	200x250x3		12

Pembebanan dilakukan dengan mesin *Universal Testing Maschine*. Beban diberikan bertahap dari nol sampai 1000 kg (9800N) dengan selang 200 kg (1960N), kecuali benda uji B-1 hanya sampai 600 kg (5880N), dimana pada beban ini tegangan normalnya sudah mencapai sekitar tegangan ijin (1636 kg/cm² = 167 MPa). Beberapa gambar pada waktu uji eksperimental, balok tanpa pengaku longitudinal, B-1 dan dengan pengaku hanya di ujung-ujung, B-2, terlihat seperti pada Gambar 4 dan 5 (Sugihardjo, 1996). Terlihat perbedaan kekakuan, dimana pada beban sampai 1000 kg, balok B-2 belum mengalami deformasi yang signifikan dibandingkan dengan balok B-1 pada beban 600 kg.



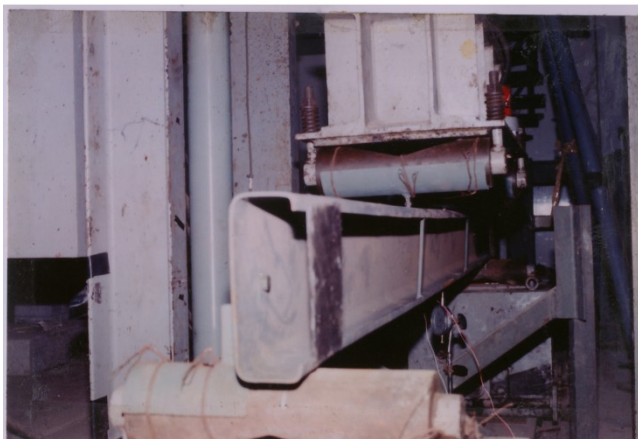
Gambar 2. Delapan benda uji dengan variasi jarak dan panjang pengaku longitudinal



Gambar 3. Seting balok benda uji



Gambar 4. Deformasi balok tanpa pengaku longitudinal ; $P=600$ kg (5880 N), (Sugihardjo, 1996)

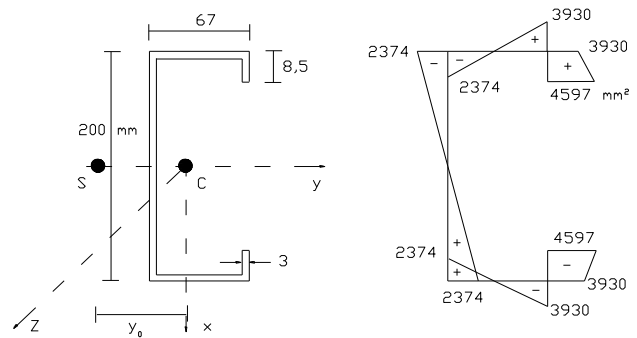


Gambar 5. Deformasi balok dengan 2 pengaku longitudinal di ujung; $P=1000$ kg (9800N), (Sugihardjo, 1996)

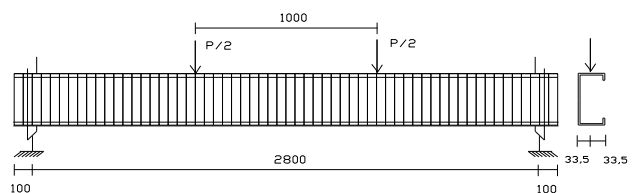
HASIL DAN PEMBAHASAN

Dimensi penampang C balok yang diuji, besarnya dan distribusi warping unit, ω_n , dapat dihitung berdasarkan persamaan (4) dan hasilnya seperti terlihat pada Gambar 6. Berdasarkan Gambar 6 dimana S adalah pusat geser, C adalah pusat berat dan penggunaan persamaan (4), diperoleh properti sebagai berikut: luas penampang $A = 1017 \text{ mm}^2$, $y_0 = -38,8 \text{ mm}$, $I_{oy} = -233.695.553 \text{ mm}^5$, $I_{\omega} = 3.370.247.406 \text{ mm}^6$.

Pada analisis lentur dan torsi warping, balok dimodelkan menjadi 60 elemen dengan perletakan sederhana dan pembebanan seperti terlihat pada Gambar 7.



Gambar 6. Dimensi penampang C dan distribusi ω_n



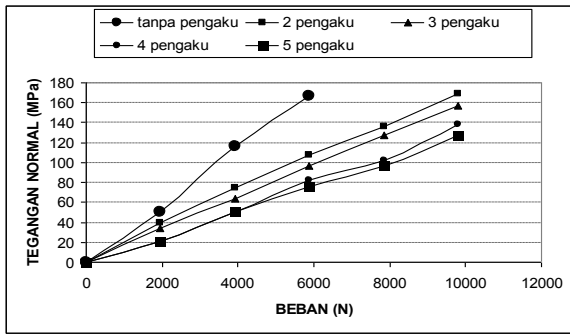
Gambar 7. Model balok dengan 60 elemen lentur dan torsi warping

Dari hasil eksperimen dibuat grafik hubungan beban dan tegangan yang terjadi pada titik -1 dari Gambar 3 di depan. Tegangan normal diamati untuk jarak dan panjang pengaku longitudinal yang bervariasi, hasilnya dapat dilihat pada Gambar 8 (a) dan (b). Secara umum dari kedua hasil ini baik dengan cara menambah jumlah pengaku longitudinal maupun memperpanjang dimensinya akan memperkecil tegangan normal di tengah bentang akibat lentur dan torsi warping. Dengan hanya menambah dua pengaku di ujung-ujung (sebesar 3,9% dari berat balok) terjadi penurunan tegangan sebesar 35,8%.

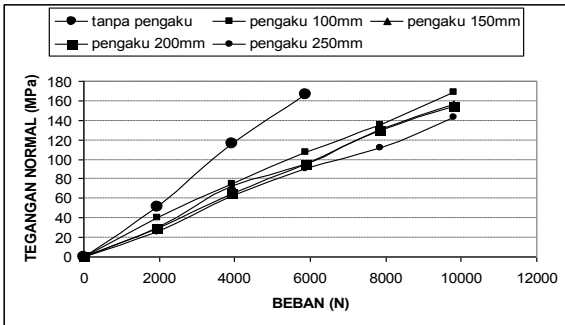
Analog tegangan, lendutan vertikal di titik-2 dan horisontal di titik-3 dari Gambar 3 diplot terhadap penambahan beban terlihat seperti pada Gambar 9(a) dan (b). Tendensi yang sama dengan tegangan, dengan penambahan pengaku longitudinal maupun memperpanjang dimensinya akan memperkecil lendutan. Dengan hanya menambah dua pengaku di ujung-ujung (sebesar 3,9% dari berat balok) terjadi pengurangan lendutan vertikal sebesar 38,3% dan horisontal 37,6%.

Model elemen balok lentur dan torsi warping yang diusulkan, divalidasi dengan hasil eksperimental dan 480 elemen cangkang datar tipis seperti pada Gambar 10, (SAP2000, 2009).

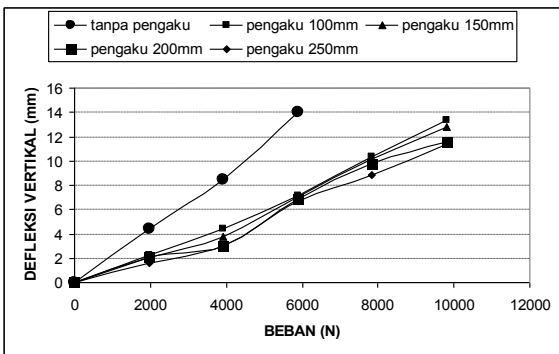
Perbandingan tegangan normal di tengah bentang terlihat seperti pada Gambar 11, dimana untuk panjang pengaku yang bervariasi, ada perbedaan rata-rata 26,2% terhadap hasil eksperimental dan rata-rata 33,8% terhadap elemen cangkang. Jika ditinjau antara model elemen cangkang dan hasil eksperimental hanya ada perbedaan rata-rata 7,6%. Perbedaan antara hasil eksperimental dan analitik dapat dimengerti karena asumsi-asumsi perletakan analitik yang tidak sama dengan kenyataan pada seting eksperimental.



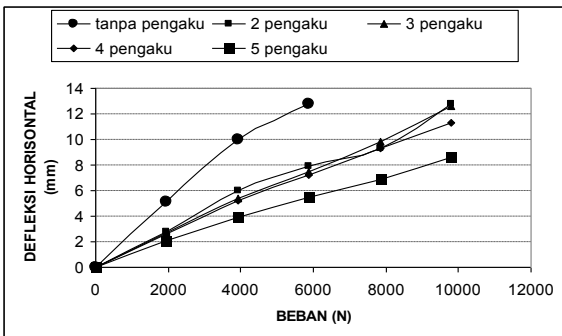
(a)



Gambar 8. Hubungan beban dan tegangan normal di tengah bentang balok
 (a) jumlah pengaku longitudinal bervariasi
 (b) panjang pengaku longitudinal bervariasi

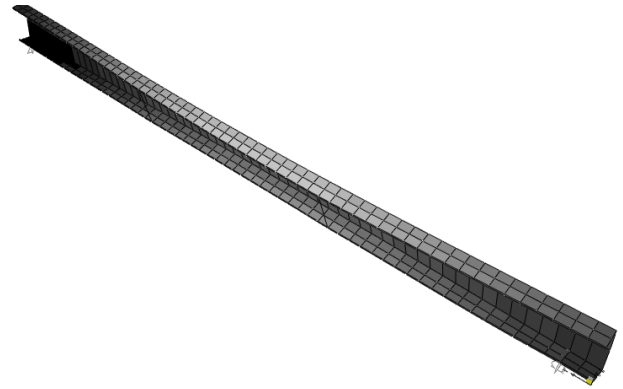


(a)

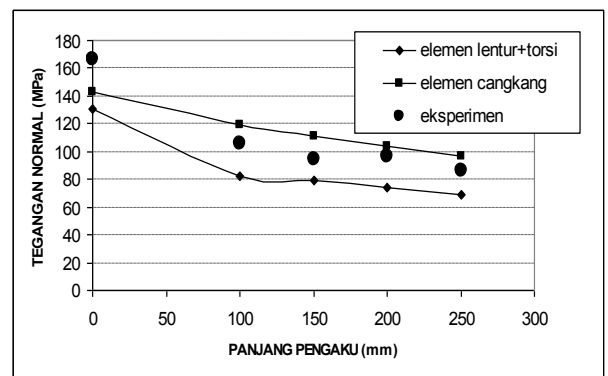


(b)

Gambar 9. Hubungan beban dan defleksi pada 15cm dari tengah bentang balok
 (a) ΔV -panjang pengaku longitudinal bervariasi
 (b) ΔH -jumlah pengaku longitudinal bervariasi

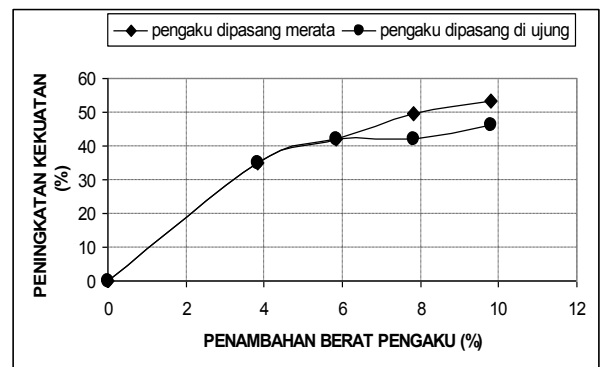


Gambar 10. Balok dengan model elemen cangkang datar tipis, terdeformasi

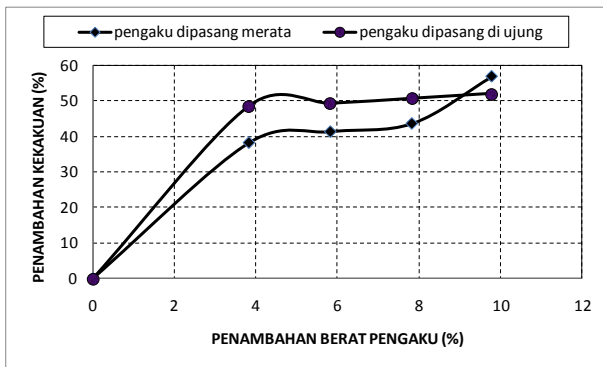


Gambar 11. Perbandingan tegangan normal metode analitik terhadap eksperimental

Gambar 12 dan 13 menggambarkan hubungan penambahan berat baja pelat pengaku terhadap peningkatan kekuatan dan kekakuan balok, ditinjau dari cara pemasangan. Terlihat secara umum cara pemasangan pengaku merata sepanjang balok lebih baik dari hanya di ujung-ujung, jika ditinjau pada penambahan berat pengaku baja yang sama. Penambahan berat pengaku (3,9-9,8%) akan meningkatkan kekuatan (35,9-53,8%) dan kekakuan (38,3-57%) (Sugihardjo, 1996). Yang menonjol dari eksperimental ini adalah bahwa hanya dengan menambah dua pelat pengaku di ujung-ujung, dengan berat 3,9% dari berat balok, mampu meningkatkan kekuatan 35,9% dan kekakuan 38,3%.



Gambar 12. Pengaruh berat pengaku terhadap peningkatan kekuatan



Gambar 13. Pengaruh berat pengaku terhadap peningkatan kekakuan vertikal

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari kajian eksperimental, secara umum dengan penambahan pengaku longitudinal, baik yang dipasang secara merata sepanjang balok maupun di ujung-ujung saja, dapat meningkatkan kekuatan dan kekakuan balok terhadap beban lentur dan torsi warping. Pengaku longitudinal yang dipasang merata, sumbu kekuatan dan kekakuannya, lebih baik dari yang dipasang di ujung-ujung, jika ditinjau pada penambahan berat pengaku yang sama.

Kontribusi unggulan dari penelitian ini adalah bahwa hanya dengan menambah dua pelat pengaku di ujung-ujung, dengan berat 3,9% dari berat balok, mampu meningkatkan kekuatan 35,9% dan kekakuan 38,3%. Hal ini sangat bermanfaat dalam praktek di lapangan untuk mengatasi kasus-kasus gording yang banyak mengalami deformasi vertikal dan horisontal yang berlebihan akibat beban lentur tidak simetrik.

Perbandingan hasil analitik dengan model elemen lentur dan torsi warping terhadap hasil eksperimental cukup akurat. Akurasi pemodelan balok sebagai jaringan cangkang datar tipis lebih baik, lebih konservatif dibandingkan dengan hasil-hasil eksperimental.

Sebagai saran, untuk lebih mendekati kajian analitik, perlakuan torsi pada eksperimental sebaiknya dibuat mendekati model garpu. Dan untuk lebih mendukung hipotesis bahwa penambahan pengaku longitudinal yang hanya dipasang pada ujung-ujung balok

dapat meningkatkan kekuatan dan kekakuan balok, perlu dilakukan eksperimental pada balok-balok langsing dengan perbandingan panjang dan tinggi lebih bervariasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Etouney, M.M., 1981, Warping restraint in three-dimensional frames, *Proc. Journal Structural Div.*, ASCE, vol.107(8), 1643-1656.
- Galambos, T.V., 1968, *Structural members and frames*, Englewood Cliffs : Prentice Hall.
- Galambos, T.V. dan Surovek, A.V., 2008, *Structural Stability: Concepts and Applications for Structural Engineers*, New Jersey: John Wiley and Sons.
- Gjelsvik, A., 1981, *The theory of thin walled bars*, New York : John Wiley and Sons.
- Kanok Nukulchai, W., 1988, Degenerate elements for combined flexural and torsional analysis of thin-walled structures, *Journal Structural Eng.*, ASCE, vol. 114(3), 657-674.
- Krahula, J.L., 1967, Analysis of bent and twisted bars using the finite element method, *AIAA Journal*, June.
- Medwadowski, S.J., 1985, Warping moment distribution, *Journ. Structural Eng.*, ASCE, vol. 111(2), 453-465.
- Murray, N.W., 1986, *Introduction to the theory of thin-walled structures*, Oxford : Clarendon Press.
- SAP2000., 2009. *Structural Analysis Program*, version 14.1, Berkeley , Computers and Structures, Inc.
- Sugihardjo, H., 1990, Studi mengenai warping pada struktur ber-dinding tipis akibat momen lentur dan torsi, *Tesis*, Fakultas Pasca Sarjana, ITB, Bandung.
- Sugihardjo, H., 1995, *Pengaruh penggunaan pengaku diafragma geser terhadap kontribusi tegangan normal akibat warping dan kekakuannya pada balok baja profil C canai dingin*, Pusat Penelitian ITS, Surabaya.
- Sugihardjo, H., 1996, Pengaruh penambahan diafragma longitudinal terhadap kekuatan dan kekakuan balok baja penampang C canai dingin, *Laporan Penelitian*, Dana DIP OPF No. Kontrak: 712. OPF/B/ 1995, Pusat Penelitian ITS, Surabaya.
- Timoshenko, S.P., 1963, *Theory of elastic stability*, 2nd. ed., McGraw-Hill, Tokyo.
- Vlasov, V.Z., 1961, *Thin-walled elastic beams*, Science Foundation, Washington D.C
- Yu, W.W., 2000, *Cold-Formed Steel Design*, John Wiley and Sons, New York