

# APPLICATION OF THE LEAST SQUARES ADJUSTMENT METHOD WITH CONDITIONAL EQUATIONS IN CALCULATION OF RIVER DREDGING VOLUME

## APLIKASI METODE HITUNG PERATAAN KUADRAT TERKECIL DENGAN PERSAMAAN BERSYARAT DALAM PENGHITUNGAN VOLUME PENGERUKAN SUNGAI

**Irwan Syafri**

Peneliti di Balai Sungai, Puslitbang Sumber Daya Air, Kementerian Pekerjaan Umum  
Jl. Solo-Kartosuro km 7 Pabelan,

Surakarta 57101

Telp.: (0271) 719429, Fax.: (0271) 716406

Email : [irwansyafrijogja@yahoo.com](mailto:irwansyafrijogja@yahoo.com)

### **ABSTRACT**

One way to handle the silting the river is dredged. To calculate the volume of river dredging, it is required river geometry data that presented in the form of river cross-section pictures and the distance between river cross-section. River cross-section picture obtained from measuremen. Implementation of the cross-section measurements should be conducted in conjunction with the mapping of river situation. Cross section measurement method can be done by tachymetri or echo sounding. Distance used for the calculation of river dredging volume are the average distance between the cross-section on the left bank of the river channel, the distance between the cross-section on the right bank of the river, and the distance between the cross section in the middle of the river channel. The value of the distances are measured on the river situation map. This least squares adjustment method with conditional equations is applied to calculate the volume dredging of Laweyan river. Laweyan river is one of the branches of the Bengawan Solo River estuary. Mathematical models are used as many as 20 models, which is based on relations of the average distance between cross section in each river segment and the average distance between cross sections in every two river segment. From the results can be known, that the large value of distance correction is given on a curved section of river channel and small value given on relatively straight channel. Total volume of dredging of Laweyan river that calculated using the least squares adjustment method is 359,466,689 m<sup>3</sup>, while the total volume of dredging of river Laweyan that calculated not using the least squares adjustment method is 359,657,001 m<sup>3</sup>.

Keywords: mathematical models, cross sections, distance, dredging volume.

### **ABSTRAK**

Salah satu cara untuk menangani pendangkalan sungai adalah dilakukan pengeringan. Untuk menghitung besarnya volume pengeringan sungai, diperlukan data geometri sungai yang disajikan berupa gambar penampang melintang sungai dan jarak antar penampang melintang sungai. Gambar penampang melintang sungai didapat dari hasil pengukuran. Pelaksanaan pengukuran penampang melintang sebaiknya dilakukan bersamaan dengan pemetaan situasi sungai. Metode pengukuran penampang dapat dilakukan secara tachymetri atau dengan cara echo sounding. Jarak yang digunakan untuk penghitungan volume pengeringan sungai adalah jarak rata-rata antar penampang melintang pada tepi kiri alur sungai, jarak antar penampang melintang pada tepi kanan alur sungai, dan jarak antar penampang melintang pada tengah-tengah alur sungai. Nilai jarak-jarak tersebut diukur pada peta situasi sungai. Metode hitung perataan kuadrat terkecil dengan persamaan bersyarat ini diaplikasikan untuk penghitungan volume pengeringan Sungai Laweyan. Sungai Laweyan merupakan salah satu cabang dari muara Sungai Bengawan Solo. Model matematik yang digunakan sebanyak 20 model, yang disusun berdasarkan hubungan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai dengan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap dua ruas sungai. Dari hasil penghitungan dapat diketahui, bahwa nilai koreksi jarak yang besar diberikan pada ruas alur sungai yang melengkung dan nilai koreksi jarak yang kecil diberikan ruas alur sungai yang relatif lurus. Volume total pengeringan sungai Laweyan yang dihitung dengan menggunakan metode hitung perataan kuadrat terkecil sebesar 359,466,689 m<sup>3</sup>, sedangkan volume total pengeringan sungai Laweyan yang dihitung dengan tidak menggunakan metode hitung perataan kuadrat terkecil sebesar 359,657,001 m<sup>3</sup>.

Kata Kunci: model matematik, penampang melintang, jarak, volume pengeringan.

### **PENDAHULUAN**

Secara umum, pendangkalan sungai dapat terjadi karena adanya pengendapan partikel padatan yang terbawa arus sungai.

Sumber utama partikel tersebut adalah erosi di daerah hulu sungai. Air hujan yang menggerus permukaan tanah, membawa gerusan tersebut ke sungai. Partikel yang terbawa ini biasanya berupa lumpur dan kemudian tersedimentasi di dasar sungai. Semakin lama, jumlah endapan sedimen tersebut semakin terakumulasi, sehingga terjadi pendangkalan sungai. Pendangkalan sungai berarti pengecilan tumpang sungai, sehingga sungai tidak

mampu lagi mengalirkan airnya, lalu airnya meluap dan terjadilah banjir.

Salah satu cara untuk menangani pendangkalan sungai adalah dilakukan pengeringan. Untuk menghitung besarnya volume pengeringan sungai, diperlukan data geometri sungai yang disajikan berupa gambar penampang melintang.

Gambar penampang melintang sungai didapat dari hasil pengukuran. Pelaksanaan pengukuran penampang melintang sebaiknya dilakukan bersamaan dengan pemetaan situasi sungai. Metode pengukuran penampang dapat dilakukan dilakukan secara tachymetri atau dengan cara echo sounding.

Akan tetapi, dalam pelaksanaan pengukuran penampang melintang sungai, ada beberapa masalah yang sering ditemukan. Pertama, apabila pengukuran penampang melintang dilakukan secara tachymetri dengan menggunakan rambu ukur, maka pengambilan detail yang mewakili bentuk dasar sungai hanyalah berdasarkan perkiraan, karena dasar sungai atau sebagian dari dasar sungai tertutup air. Kedua, seringkali jarak-jarak antar penampang melintang sungai yang diukur tidak sama dan tidak beraturan. Ketiga, pada alur sungai yang melengkung, jarak antar penampang melintang pada tepi kiri alur sungai tidak sama dengan jarak antar penampang melintang pada tepi kanan alur sungai.

Disisi lain, walau bagaimanapun berpengalamannya seseorang dalam melakukan pengukuran, namun hasilnya akan selalu dihinggapi kesalahan, dan hal ini dapat dilihat dari tidak samanya hasil pengukuran yang satu dengan hasil pengukuran yang lain, meskipun obyek yang diukur itu sama. Kebenaran hasil pengukuran juga tidak dapat diketahui secara pasti, sehingga kitapun tidak dapat secara langsung menentukan hasil pengukuran yang mana yang paling mendekati betul. Salah satu cara untuk mengatasi keadaan tersebut adalah dengan menggunakan ilmu hitung perataan.

## TINJAUAN PUSTAKA

### 1. Penghitungan Volume

Prinsip penghitungan volume adalah 1 (satu) luasan dikalikan dengan 1 (satu) wakil tinggi (jarak). Apabila ada beberapa luasan dan beberapa jarak, maka dibuat wakilnya, misalnya dengan merata-ratakan luasan dan merata-ratakan jaraknya (Yuwono, 2004).

Salah satu metode untuk penghitungan volume adalah metode penampang rata-rata, sebagai berikut :

$$\text{Volume} = \left( \frac{A_1 + A_2}{2} \right) \times d \quad (1)$$

keterangan:

$A_1$  = luas penampang 1

$A_2$  = luas penampang 2

$d$  = jarak antar penampang 1 dan 2

### 2. Hitung Perataan

Metode hitung perataan diartikan sebagai suatu cara untuk menentukan nilai koreksi dan kemudian memberikan nilai koreksi tersebut pada hasil pengukuran sehingga hasil pengukuran memenuhi syarat geometrinya. (Mikhail dan Gracie, 1981).

Dalam metode hitung perataan kuadrat terkecil ditentukan, bahwa nilai yang paling mendekati betul adalah nilai rata-rata, serta memenuhi prinsip bahwa jumlah kuadrat dari nilai koreksinya harus minimum.

$$[PVV] = \text{minimum} \quad (2)$$

keterangan :

$P$  = nilai berat

$V$  = nilai koreksi

Pada metode hitung perataan kuadrat terkecil dengan persamaan bersyarat, besaran-besaran yang akan ditentukan tidak bebas satu dengan lainnya, tetapi harus memenuhi syarat geometris atau matematis. Jumlah model matematis yang diperlukan sama dengan jumlah pengamatan lebih. Untuk model matematis yang tidak linier, dapat dilinierkan dengan deret Taylor.

$r = n - u$

$r$  = jumlah model matematik

$n$  = jumlah pengukuran yang dilakukan

$u$  = jumlah minimum pengukuran yang diperlukan

Bentuk umum model matematiknya :

$$F_j(\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{l}_3, \dots, \bar{l}_n) = 0 \quad (3)$$

Keterangan :

$$\bar{l}_i = l_i + v_i$$

$\bar{l}_i$  = hasil ukuran terkoreksi

$l_i$  = hasil ukuran

$v_i$  = koreksi

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

$j = a, b, c, \dots, r$

dan  $n > r$

Linierisasi persamaan (3) dengan deret Taylor :

$$F_j \left\{ (l_1, l_2, l_3, \dots, l_n) + \frac{\partial F_j}{\partial l_1} V_1 + \frac{\partial F_j}{\partial l_2} V_2 + \dots + \frac{\partial F_j}{\partial l_n} V_n \right\} = 0$$

dapat juga dituliskan :

$$F_j \{ b_1 v_1 + b_2 v_2 + \dots + b_n v_n + (l_1, l_2, l_3, \dots, l_n) \} = 0$$

dalam bentuk matrik :

$$BV + W = 0 \quad (4)$$

dimana:

$B = b_{11}, b_{12}, b_{21}, \dots, b_{1n}$

= matrik koefisien

$V = v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$

= matrik koreksi

$W = l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$

= matrik konstanta

Untuk mendapatkan harga koreksi ( $v$ ) dengan memenuhi ketentuan/syarat kuadrat terkecil atau  $[PVV] / [pvv]$  minimum :

$$[pvv] = p_1 v_1 v_1 + p_2 v_2 v_2 + \dots + p_n v_n v_n = V^t P V \quad (5)$$

digunakan cara pengali langrange, yaitu dengan membentuk suatu fungsi baru yang merupakan kombinasi dari (4) dan (5).

$$f_1(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0$$

$$f_2(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0$$

:

$$f_r(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0$$

$$[pvv] = \varphi(v_1, v_2, \dots, v_n)$$

Fungsi yang baru adalah :

$$F = \varphi + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \dots + \lambda_r f_r$$

Karena  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_r = 0$ , maka minimum dari  $F = \min$  dari  $\varphi$  dan harga ini diperoleh dengan menyamakan masing-masing turunan parsial sama dengan nol :

$$\frac{\partial F}{\partial v_1} = 2 p_1 v_1 + b_{11} \lambda_1 + b_{21} \lambda_2 + \dots + b_{r1} \lambda_r = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial v_2} = 2 p_2 v_2 + b_{12} \lambda_1 + a_{22} \lambda_2 + \dots + b_{r2} \lambda_r = 0$$

:

$$\frac{\partial F}{\partial v_n} = 2 p_n v_n + b_{1n} \lambda_1 + a_{2n} \lambda_2 + \dots + b_{rn} \lambda_r = 0$$

maka :

$$v_1 = -\frac{b_{11}}{p_1} k_1 - \frac{b_{21}}{p_1} k_2 - \dots - \frac{b_{r1}}{p_1} k_r$$

$$v_2 = -\frac{b_{12}}{p_2} k_1 - \frac{b_{22}}{p_2} k_2 - \dots - \frac{b_{r2}}{p_2} k_r$$

:

$$v_n = -\frac{b_{1n}}{p_n} k_1 - \frac{b_{2n}}{p_n} k_2 - \dots - \frac{b_{rn}}{p_n} k_r$$

atau dalam bentuk matrik :

$$V = -P^{-1} B^t K \quad (6)$$

$V$  = matrik koreksi

$P$  = matrik berat

$B$  = matrik koefisien

$K$  = matrik korelat

Bila persamaan (6) disubstitusikan ke persamaan (4), akan didapat :

$$\begin{aligned} B(-P^{-1}B^tK) + W &= 0 \\ -(B P^{-1} B^t) K + W &= 0 \\ K &= (B P^{-1} B^t)^{-1} W \end{aligned} \quad (7)$$

dengan mensubstitusikan nilai K ke persamaan (6) akan didapat harga koreksi (v) untuk setiap ukuran, sehingga akan didapat harga pengamatan yang telah dikoreksi/diratakan yang dinyatakan oleh rumus :

$$\bar{L}_i = L_i + V_i$$

Selanjutnya Matrik Varian Kovarian :

$$\sum F = \sigma_0^2 \left[ P^{-1} - P^{-1} B^t (BP^{-1} B^t)^{-1} BP^{-1} \right] \quad (8)$$

dimana :

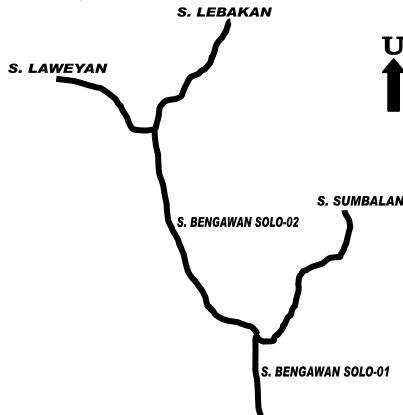
$$\sigma_0^2 = \frac{V^t P V}{r}$$

## METODOLOGI

### 1. Data yang Digunakan

Metode hitung perataan kuadrat terkecil dengan persamaan bersyarat ini diaplikasikan untuk penghitungan volume pengerukan Sungai Laweyan.

Sungai Laweyan merupakan salah satu cabang dari muara Sungai Bengawan Solo. Sungai Laweyan memiliki panjang alur 3.109 Km dan berada di wilayah kecamatan Ujung Pangkah, kabupaten Gresik, Provinsi Jawa Timur.



Gambar 1. Sketsa muara Sungai Bengawan Solo

Kondisi sedimentasi di muara sungai Bengawan Solo sangat dinamis. Setiap tahun sedimentasi yang terjadi semakin meningkat sehingga muara Sungai Bengawan Solo menjadi semakin dangkal dan menyempit.

Data yang digunakan sebagai berikut :

- Peta situasi Sungai Laweyan dalam skala 1 : 1000.
- Gambar penampang melintang Sungai Laweyan dalam skala horizontal 1 : 500 dan skala vertikal 1 : 200, sebanyak 41 penampang.
- Luas penampang melintang rencana pengerukan Sungai Laweyan dalam skala horizontal 1 : 500 dan skala vertikal 1 : 200, sebanyak 41 penampang.
- Jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai, sebanyak 40 jarak.
- Jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap dua ruas sungai, sebanyak 20 jarak.

### 2. Model Matematik

Model matematik disusun berdasarkan hubungan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai dengan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap dua ruas sungai.

$$r = n - u$$

$$r = 20$$

Ada 20 model matematik :

1.  $L_1 + L_2 - L_{1,2} = 0$
2.  $L_3 + L_4 - L_{3,4} = 0$
3.  $L_5 + L_6 - L_{5,6} = 0$
4.  $L_7 + L_8 - L_{7,8} = 0$
5.  $L_9 + L_{10} - L_{9,10} = 0$
6.  $L_{11} + L_{12} - L_{11,12} = 0$
7.  $L_{13} + L_{14} - L_{13,14} = 0$
8.  $L_{15} + L_{16} - L_{15,16} = 0$
9.  $L_{17} + L_{18} - L_{17,18} = 0$
10.  $L_{19} + L_{20} - L_{19,20} = 0$
11.  $L_{21} + L_{22} - L_{21,22} = 0$
12.  $L_{23} + L_{24} - L_{23,24} = 0$
13.  $L_{25} + L_{26} - L_{25,26} = 0$
- ⋮ ⋮
18.  $L_{35} + L_{36} - L_{35,36} = 0$
19.  $L_{37} + L_{38} - L_{37,38} = 0$
20.  $L_{39} + L_{40} - L_{39,40} = 0$

Keterangan :

$L_i$  = Jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai

$L_{i,i+1}$  = Jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap dua ruas sungai

### 3. Analisa Ketelitian

Analisa ketelitian dilakukan berdasarkan hasil penghitungan vatrik varian kovarian :

$$\sum F = \sigma_0^2 \left[ P^{-1} - P^{-1} B^t (BP^{-1} B^t)^{-1} BP^{-1} \right]$$

dimana :

$$\sigma_0^2 = \frac{V^t P V}{r}$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Hasil Pengukuran Jarak dan Luas Penampang Melintang Rencana pengerukan Sungai Laweyan :

Tabel 1. Jarak dan luas penampang melintang rencana pengerukan Sungai

Nomor penampang melintang	Jarak rata-rata antar penampang melintang		Luas penampang melintang rencana pengerukan	
	Tiap satu ruas (m)	Tiap dua ruas (m)	Tiap penampang ( $m^2$ )	Rata-rata dua penampang ( $m^2$ )
1		34	66,237	59,035
2		80,7	51,833	51,888
3		47	51,942	67,482
4		41	101,45	83,022
		60,5		106,282
5			129,542	
		51,5		114,253
6		109,46	98,963	

Lanjutan Tabel 1 :

Nomor penampang melintang	Jarak rata-rata antar penampang melintang		Luas penampang melintang rencana pengerukan		Nomor penampang melintang	Jarak rata-rata antar penampang melintang		Luas penampang melintang rencana pengerukan	
	Tiap satu ruas (m)	Tiap dua ruas (m)	Tiap penampang ( $m^2$ )	Rata-rata dua penampang ( $m^2$ )		Tiap satu ruas (m)	Tiap dua ruas (m)	Tiap penampang ( $m^2$ )	Rata-rata dua penampang ( $m^2$ )
	58			93,382	27	86		112,423	
7		64	87,801	90,396	28		163,94	146,298	129,361
8		124,46	92,99	87,166	29		78		122,396
	60,5				30		75,5	98,494	114,346
9			81,341	116,458	31		173,97	130,197	116,45
	62,5				32		98,5		102,703
10		126,98	151,575	133,198	33		97	166,4	123,09
	64,5				34		120,708		112,897
11			114,82	95,431	35		104,5		127,172
	49				36		209,25	139,099	135,177
12		91,97	76,041		37		105		136,07
	43			132,135	38		92,5		134,65
13			165,374		39		209,68	136,26	140,327
	43,5				40		117		144,393
14		92,7	98,896	112,665	41		121,5		148,593
	49				42		127,5	249,2	152,793
15			126,433		43		104		133,04
	66			122,016	44		100	125,2	115,748
16		138,95	117,599		45		215,2	95,537	105,643
	73			139,458	46		111,5		134,271
17			161,317		47		111,5		123,39
	72,5			150,974	48		151,242		
18		138,97	140,63		49				
	66,5			124,505	50				
19			108,379		51				
	77,5			124,112	52				
20		158,2	139,845		53				
	80,5			128,66	54				
21			117,475		55				
	70			115,34	56				
22		143,95	113,204		57				
	74			134,393	58				
23			155,582		59				
	65,5			140,886	60				
24		152,44	126,19		61				
	87			116,813	62				
25			107,435		63				
	73,5			99,079	64				
26		139,98	90,723		65				
	66,5			101,573	66				

**2. Model Matematik yang Telah Dilinierkan**

1.  $L_1 + V_1 + L_2 + V_2 - L_{12} + V_{12} = 0$
2.  $L_3 + V_3 + L_4 + V_4 - L_{34} + V_{34} = 0$
3.  $L_5 + V_5 + L_6 + V_6 - L_{56} + V_{56} = 0$
4.  $L_7 + V_7 + L_8 + V_8 - L_{78} + V_{78} = 0$
5.  $L_9 + V_9 + L_{10} + V_{10} - L_{9\ 10} + V_{9\ 10} = 0$
6.  $L_{11} + V_{11} + L_{12} + V_{12} - L_{11\ 12} + V_{11\ 12} = 0$
7.  $L_{13} + V_{13} + L_{14} + V_{14} - L_{13\ 14} + V_{13\ 14} = 0$
8.  $L_{15} + V_{15} + L_{16} + V_{16} - L_{15\ 16} + V_{15\ 16} = 0$
9.  $L_{17} + V_{17} + L_{18} + V_{18} - L_{17\ 18} + V_{17\ 18} = 0$
10.  $L_{19} + V_{19} + L_{20} + V_{20} - L_{19\ 20} + V_{19\ 20} = 0$
11.  $L_{21} + V_{21} + L_{22} + V_{22} - L_{21\ 22} + V_{21\ 22} = 0$
12.  $L_{23} + V_{23} + L_{24} + V_{24} - L_{23\ 24} + V_{23\ 24} = 0$
13.  $L_{25} + V_{25} + L_{26} + V_{26} - L_{25\ 26} + V_{25\ 26} = 0$
14.  $L_{27} + V_{27} + L_{28} + V_{28} - L_{27\ 28} + V_{27\ 28} = 0$
15.  $L_{29} + V_{29} + L_{30} + V_{30} - L_{29\ 30} + V_{29\ 30} = 0$
16.  $L_{31} + V_{31} + L_{32} + V_{32} - L_{31\ 32} + V_{31\ 32} = 0$

17.  $L_{33} + V_{33} + L_{34} + V_{34} - L_{33\ 34} + V_{33\ 34} = 0$
18.  $L_{35} + V_{35} + L_{36} + V_{36} - L_{35\ 36} + V_{35\ 36} = 0$
19.  $L_{37} + V_{37} + L_{38} + V_{38} - L_{37\ 38} + V_{37\ 38} = 0$
20.  $L_{39} + V_{39} + L_{40} + V_{40} - L_{39\ 40} + V_{39\ 40} = 0$

Dalam bentuk matrik :

$${}_{20}B_{40\ 40}V_1 = {}_{20}W_1$$

Keterangan :  
 B = Matrik koefisien koreksi  
 V = Matrik koreksi  
 W = Matrik konstanta  
 P = Matrik berat

$$40P_{40}^{-1} = \text{matriks diagonal } (34 ; 47 ; 41 ; 60,5 ; 51,5 ; 58 ; 64 ; 60,5 ; 62,5 ; 64,5 ; 49 ; 43 ; 43,5 ; 49 ; 66 ; 73 ; 72,5 ; 66,5 ; 77,5 ; 80,5 ; 70 ; 74 ; 65,5 ; 87 ; 73,5 ; 66,5 ; 86 ; 78 ; 75,5 ; 98,5 ; 97 ; 69,5 ; 104,5 ; 105 ; 92,5 ; 117 ; 121,5 ; 127,5 ; 104 ; 111,5)$$

### **3. Penyelesaian Persamaan Normal :**

-0,00241  
0,00418

$$MK - W = 0$$

$${}_{20}M_{20} = {}_{20}B_{40\,40} P_{40}^{-1} {}_{40}B_{20}^t$$

$$K = \left( {}_{20}B_{40\,40}P_{40\,40}^{-1}B_{20}^t \right)^{-1} {}_{20}W_1$$

Matrik B merupakan matrik koefisien koreksi, yang terdiri dari dua puluh baris, empat puluh kolom. Matrik P merupakan matrik bobot, yang berupa matrik diagonal, dan dalam hal ini menggunakan nilai jarak rata-rata tiap satu ruas sungai. Matrik W merupakan konstanta, yang terdiri dari dua puluh baris, satu kom. Dari penyelesaian matrik persamaan normal didapat matrik nilai K sebanyak dua puluh baris, satu kolom.

Berikutnya nilai K digunakan untuk menghitung nilai koreksi.

$${}_{20}K_1 = \begin{bmatrix} 0,01110 \\ 0,00148 \\ 0,00110 \\ 0,00096 \\ 0,00047 \\ 0,00098 \\ -0,00065 \\ 0,00108 \\ 0,00065 \\ -0,00380 \\ 0,00104 \\ 0,00043 \\ 0,00110 \\ 0,00052 \\ 0,00180 \\ 0,00358 \\ -0,00258 \end{bmatrix}$$

#### **4. Penghitungan Nilai Koreksi dan Jarak Terkoreksi :**

$$V = -P^{-1}BK$$

$$\bar{L}_i = L_i + V_i$$

### Keterangan :

$\bar{L}_i$  = nilai jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai yang telah dikoreksi.

$L_i$  = nilai jarak rata-rata antar penumpang melintang pada tiap satu ruas sungai dari hasil pengukuran.

$V_i$  = nilai koreksi

${}_{40}V_1 =$	$\begin{bmatrix} -0,3773 \\ -0,5216 \\ -0,0605 \\ -0,0893 \\ -0,0564 \\ -0,0635 \\ -0,0617 \\ -0,0583 \\ -0,0295 \\ -0,0305 \\ -0,0479 \\ 0,0420 \\ 0,0282 \\ 0,0318 \\ -0,0712 \\ -0,0787 \\ -0,0469 \\ 0,0430 \\ 0,2942 \\ 0,3056 \\ -0,0729 \\ -0,0771 \\ -0,0773 \\ -0,1027 \\ -0,0315 \\ -0,0285 \\ -0,0944 \\ -0,0856 \\ -0,0390 \\ -0,0509 \\ -0,1747 \\ -0,1252 \\ -0,3740 \\ -0,3758 \\ 0,2384 \\ 0,3015 \\ 0,2927 \\ 0,3072 \\ -0,4343 \\ -0,4656 \end{bmatrix}$	$; \quad {}_{40}\bar{L}_{i_1} =$	$\begin{bmatrix} 33,6227 \\ 46,4784 \\ 40,9395 \\ 60,4107 \\ 51,4436 \\ 57,9365 \\ 63,9383 \\ 60,4417 \\ 62,4705 \\ 64,4695 \\ 48,9521 \\ 42,9580 \\ 43,5282 \\ 49,0318 \\ 65,9288 \\ 72,9213 \\ 72,4531 \\ 66,4570 \\ 77,7942 \\ 80,8056 \\ 69,9271 \\ 73,9229 \\ 65,4227 \\ 87,1027 \\ 73,4685 \\ 66,4715 \\ 85,9056 \\ 77,9144 \\ 75,4610 \\ 98,4491 \\ 96,8253 \\ 69,3748 \\ 104,1260 \\ 104,6242 \\ 92,7384 \\ 117,3015 \\ 121,7927 \\ 127,8072 \\ 103,5657 \\ 11,0344 \end{bmatrix}$
----------------	--	----------------------------------	--

##### 5. Ketelitian :

$$\sigma_0^2 = 0,001178$$

$$\sigma_0 = 0,034316$$

Tabel 2. Hasil penghitungan volume rencana pengeringan Sungai Laweyan

No ruas	Jarak rata-rata tiap satu ruas (m)	Luas rata-rata penampang melintang rencana pengeringan ( $m^2$ )	Volume pengeringan yang dihitung dengan jarak rata-rata ( $m^3$ )	Volume total pengeringan yang dihitung dengan jarak rata-rata ( $m^3$ )	Koreksi jarak (m)	Jarak rata-rata tiap satu ruas yang dikoreksi (m)	Volume pengeringan yang dihitung dengan jarak rata-rata terkoreksi ( $m^3$ )	Volume total pengeringan yang dihitung dengan jarak rata-rata terkoreksi ( $m^3$ )	Ketelitian rata-rata (m)
1	34	59,035	2.007,190	359.657,001	-0,3773	33,6227	1.984,9161	359.466,689	0,001178
2	47	51,888	2.438,713		-0,5216	46,4784	2.411,6480		
3	41	67,482	2.766,762		-0,0605	40,9395	2.762,6793		
4	60,5	106,282	6.430,061		-0,0893	60,4107	6.420,5700		
5	51,5	114,253	5.884,004		-0,0564	51,4436	5.877,5599		
6	58	93,382	5.416,156		-0,0635	57,9365	5.410,2262		
7	64	90,396	5.785,312		-0,0617	63,9383	5.779,7346		
8	60,5	87,166	5.273,513		-0,0583	60,4417	5.268,4310		
9	62,5	116,458	7.278,625		-0,0295	62,4705	7.275,1895		
10	64,5	133,198	8.591,239		-0,0305	64,4695	8.587,1762		
11	49	95,431	4.676,095		-0,0479	48,9521	4.671,5234		
12	43	120,708	5.190,423		-0,0420	42,9580	5.185,3528		
13	43,5	132,135	5.747,873		0,0282	43,5282	5.751,5987		

No ruas	Jarak rata-rata tiap satu ruas (m)	Luas rata-rata penampang melintang rencana pengerukan ( $m^2$ )	Volume pengerukan yang dihitung dengan jarak rata-rata ( $m^3$ )	Volume total pengerukan yang dihitung dengan jarak rata-rata ( $m^3$ )	Koreksi jarak (m)	Jarak rata-rata tiap satu ruas yang dikoreksi (m)	Volume pengerukan yang dihitung dengan jarak rata-rata terkoreksi ( $m^3$ )	Volume total pengerukan yang dihitung dengan jarak rata-rata terkoreksi ( $m^3$ )	Ketelitian rata-rata (m)
14	49	112,665	5.520,561		0,0318	49,0318	5.524,1432		
15	66	122,016	8.053,056		-0,0712	65,9288	8.044,3685		
16	73	139,458	10.180,434		-0,0787	72,9213	10.169,4587		
17	72,5	150,974	10.945,579		-0,0469	72,4531	10.938,4981		
18	66,5	124,505	8.279,549		-0,0430	66,4570	8.274,1956		
19	77,5	124,112	9.618,680		0,2942	77,7942	9.655,1938		
20	80,5	128,660	10.357,130		0,3056	80,8056	10.396,4485		
21	70	115,340	8.073,765		-0,0729	69,9271	8.065,3568		
22	74	134,393	9.945,082		-0,0771	73,9229	9.934,7203		
23	65,5	140,886	9.228,033		-0,0773	65,4227	9.217,1425		
24	87	116,813	10.162,688		0,1027	87,1027	10.174,6841		
25	73,5	99,079	7.282,307		-0,0315	73,4685	7.279,1855		
26	66,5	101,573	6.754,605		-0,0285	66,4715	6.751,7097		
27	86	129,361	11.125,003		-0,0944	85,9056	11.112,7914		
28	78	122,396	9.546,888		-0,0856	77,9144	9.536,4109		
29	75,5	114,346	8.633,085		-0,0390	75,4610	8.628,6258		
30	98,5	116,450	11.470,325		-0,0509	98,4491	11.464,3977		
31	97	112,897	10.950,961		-0,1747	96,8253	10.931,2375		
32	69,5	127,172	8.838,454		-0,1252	69,3748	8.822,5321		
33	104,5	135,177	14.125,944		-0,3740	104,1260	14.075,3882		
34	105	136,070	14.287,298		-0,3758	104,6242	14.236,1626		
35	92,5	134,650	12.455,125		0,2384	92,7384	12.487,2256		
36	117	140,327	16.418,201		0,3015	117,3015	16.460,5089		
37	121,5	148,593	18.054,050		0,2927	121,7927	18.097,5427		
38	127,5	134,271	17.119,489		0,3072	127,8072	17.160,7366		
39	104	105,643	10.986,820		-0,4343	103,5657	10.940,9395		
40	111,5	123,390	13.757,929		-0,4656	111,0344	13.700,4791		

Penghitungan volume rencana pengerukan sungai Laweyan ini menggunakan metode penampang rata-rata, yang dalam hal ini rata-rata luas penampang melintang rencana pengerukan dikali jarak rata-rata antar penampang melintang.

Ada beberapa jarak antar penampang melintang sungai, yaitu jarak antar patok, jarak antar penampang melintang pada tepi kiri alur sungai, jarak antar penampang melintang pada tepi kanan alur sungai, dan jarak antar penampang melintang pada tengah-tengah alur sungai.

Jarak antar patok dapat diukur langsung pada saat pemasangan patok untuk pengukuran penampang melintang dan dapat juga diukur pada peta situasi sungai. Akan tetapi jarak antar patok tidak bisa mewakili panjang alur sungai, karena garis lurus yang merepresentasikan jarak tersebut tidak sejajar dengan tepi alur sungai. Maka jarak yang digunakan untuk penghitungan volume pengerukan diukur pada peta situasi sungai, yaitu rata-rata jarak antar penampang melintang pada tepi kiri alur sungai, jarak antar penampang melintang pada tepi kanan alur sungai, dan jarak antar penampang melintang pada tengah-tengah alur sungai. Namun demikian jarak-jarak tersebut tetap mengandung kesalahan, terutama pada ruas alur sungai yang melengkung.

Dari hasil penghitungan matrik V dapat dilihat bahwa nilai koreksi jarak yang besar diberikan pada L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, L<sub>19</sub>, L<sub>20</sub>, L<sub>33</sub>, L<sub>34</sub>,

L<sub>35</sub>, L<sub>36</sub>, L<sub>37</sub>, L<sub>38</sub>, L<sub>39</sub> dan L<sub>40</sub>, dan nilai koreksi jarak yang sangat kecil diberikan pada L<sub>0</sub>, L<sub>13</sub> dan L<sub>26</sub>. Hal ini dapat dipahami karena ruas alur sungai antara penampang melintang pertama (P<sub>1</sub>) dan penampang melintang kedua (P<sub>2</sub>), antara P<sub>2</sub> dan P<sub>3</sub>, antara P<sub>19</sub> dan P<sub>20</sub>, antara P<sub>20</sub> dan P<sub>21</sub>, antara P<sub>33</sub> dan P<sub>34</sub>, antara P<sub>34</sub> dan P<sub>35</sub>, antara P<sub>35</sub> dan P<sub>36</sub>, antara P<sub>36</sub> dan P<sub>37</sub> antara P<sub>37</sub> dan P<sub>38</sub>, antara P<sub>38</sub> dan P<sub>39</sub>, dan antara P<sub>39</sub> dan P<sub>40</sub> melengkung. Sedang ruas alur sungai antara P<sub>9</sub> dan P<sub>10</sub>, antara P<sub>13</sub> dan P<sub>14</sub>, dan antara P<sub>26</sub> dan P<sub>27</sub> relatif lurus.

Pada tabel-2, dapat dilihat, bahwa volume pengerukan yang dihitung dengan tanpa mengoreksi hasil pengukuran jaraknya berbeda dengan volume pengerukan yang dihitung dengan telah mengoreksi jaraknya.

Volume total pengerukan sungai Laweyan yang dihitung dengan tanpa mengoreksi hasil pengukuran jaraknya sebesar 359.657,001  $m^3$ , sedangkan volume total pengerukan sungai Laweyan yang dihitung dengan terlebih dahulu mengoreksi hasil pengukuran jaraknya sebesar 359.466,689  $m^3$ . Ini berarti ada perbedaan jumlah volume sebesar 190,311  $m^3$ .

Bila perbedaan jumlah volume tersebut digunakan dalam pelaksanaan pengerukan, maka akan sangat berpengaruh pada nilai biaya, tenaga, dan waktu pelaksanaan.

## KESIMPULAN

1. Model matematik yang digunakan sebanyak 20 model, yang disusun berdasarkan hubungan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap satu ruas sungai dengan jarak rata-rata antar penampang melintang pada tiap dua ruas sungai.
2. Nilai koreksi jarak yang besar diberikan pada ruas alur sungai yang melengkung dan nilai koreksi jarak yang kecil diberikan ruas alur sungai yang relatif lurus.
3. Volume total pengeringan sungai Laweyan yang dihitung dengan menggunakan metode hitung perataan kuadrat terkecil sebesar  $359.466,689 \text{ m}^3$ , sedangkan volume total pengeringan sungai Laweyan yang dihitung dengan tidak menggunakan metode hitung perataan kuadrat terkecil sebesar  $359.657,001 \text{ m}^3$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- Armawi, K.M, (1979). *Ajabar Linier*, Edisi Pertama, Armico, Bandung, Vi + 431 hal.
- Edward. M. Mikhail, and Gordon Gracie, (1981). *Analysis And Adjustment Of Survey Measurement*, Van Nostrand Reinhold Campany Inc, New York, Xii + 340 P.
- Hasjimi Masidin, (1974). *Hitung Pengamatan I*, Bagian Teknik Geodesi Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, iii + 55 hal.
- Paul R. Wolf, Ph.D, (1981). *Adjustment Computations*, Second Edition, P.B.L, Publishing Co, Wisconsin, X + 284 P.
- PT. Bekada Mitratama, (2011). *Studi Identifikasi Pengukuran Bathymetri Muara Bengawan Solo*. Surakarta.
- Yuwono, (2004). *Pendidikan dan Pelatihan Teknis Pengukuran dan Pemetaan Kota*, Prodi Teknik Geodesi – FTSP – ITS Surabaya, Materi Bab XV, Volume.