

IDENTIFIKASI POLA DATA CURAH HUJAN PADA PROSES *GROUPING* DALAM METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS*

Gungum Darmawan
Universitas Padjadjaran
gumstas@gmail.com

ABSTRAK. *Singular Spectrum Analysis* (SSA) adalah teknik peramalan data deret waktu yang sangat kuat dalam memprediksi. Dalam tekniknya digunakan dua buah parameter salah satunya yaitu *effect grouping* (r) yang digunakan pada tahap *grouping*. Pemilihan parameter *effect grouping* ini didasarkan pada subjektivitas peneliti berdasarkan pengelompokan komponen dalam matriks lintasan. Untuk mengurangi subjektivitas peneliti dalam pemilihan parameter *grouping effect* tersebut maka dalam tulisan ini akan dilakukan sebuah identifikasi pola data dalam proses *grouping* agar proses *grouping* dalam SSA dapat dilakukan secara eksak. Untuk mengekstraksi komponen komponennya yaitu tren, musiman, siklis dan faktor acak dilakukan dengan regresi spektral. Prosedur ini akan diaplikasikan pada data curah hujan di Kota Bandung dan Sekitarnya. Software yang digunakan dalam analisis ini adalah software R (OSSR). Berdasarkan Prosedur Regresi Spektral, pengelompokan pada proses *grouping* bisa lebih akurat, ini terlihat dari nilai MAPE yang lebih tinggi dibandingkan dengan pengelompokan tanpa Regresi Spektral

Kata Kunci: *Automatic grouping; Curah hujan; Singular spectrum analysis.*

1. PENDAHULUAN

Dalam Model SSA (*Singular Spectrum Analysis*) model spektral digunakan khususnya dalam tahap *grouping*, dimana pengelompokan dari *eigen vector* diidentifikasi pola dan periodenya. Prosedur identifikasi pola dan besarnya periode ditentukan melalui periodogram dan dilakukan *exact test* yang diturunkan oleh [1], nilai terbesar keduanya berdasarkan frekuensi fourier dilakukan pula oleh [13]. Prosedur pengujian pola musiman data dan besarnya periode terdapat di [12].

Salah satu permasalahan dalam SSA yang masih dirasakan oleh para peneliti adalah kurang efektif dan efisiennya proses penentuan parameter. Parameter dalam *Singular Spectrum Analysis* ada dua yaitu *Window Length* (L) dan *grouping* (r). Terutama untuk banyaknya data yang sangat banyak, peneliti di tuntut untuk melakukan penentuan *Window Length* secara *trial and error* sebanyak datanya. L adalah suatu nilai integer antara $1 < L < N$ ([10]), dengan N adalah banyak data deret waktu.

Sejauh ini, pemilihan parameter *grouping effect* masih berlandaskan pada tingkat subjektivitas yang tinggi berdasarkan plot dari *singular value* atau plot dari masing-masing *eigenvector* yang dianggap memiliki komponen series yang sama. Subjektivitas dalam penentuan *effect grouping* ini dapat diminimalkan dengan mengekstrak bahan dasar pengelompokan dalam tahap rekonstruksi. Ekstraksi ini dapat dilakukan secara matematis sehingga hasil pengelompokan pun bersifat lebih objektif.

Dalam penelitian ini akan di kaji tentang identifikasi komponen komponen seperti tren, musiman, siklis dan *noise* secara eksak. Identifikasi secara eksak dari komponen komponen tersebut akan mempermudah dalam proses *grouping*. Dalam penelitian ini juga

akan dilakukan otomatisasi *grouping* berdasar komponen-komponen yang telah diidentifikasi agar memudahkan dalam proses analisis.

2. METODE PENELITIAN

Lahirnya SSA tidak terlepas dari munculnya paper [3] dan [4]. Semenjak kemunculan paper tersebut para peneliti tertarik dengan teknik-teknik yang dikembangkan oleh Broomhed dkk.

Pemodelan *Singular Spectrum Analysis* merupakan pemodelan yang termasuk dalam kategori non parametrik. Dasar dari SSA adalah dekomposisi, dimana data deret waktu diuraikan menjadi komponen-komponennya yaitu tren, musiman, siklus dan *noise*. Algoritma dasar SSA terdiri dari dua buah tahap yaitu dekomposisi dan rekonstruksi.

2.1. Dekomposisi

Pada dekomposisi terdapat dua tahap yaitu *Embedding* dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Parameter yang memiliki peran penting dalam dekomposisi adalah *Window Length* (L).

2.1.1. Embedding

Misalkan terdapat data deret waktu $F = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ dengan panjang N dan tidak terdapat data hilang. Langkah pertama dalam SSA adalah *embedding* dimana F di transformasi ke dalam matriks lintasan berukuran $L \times K$. Pada tahap ini diperlukan penentuan parameter *window length* (L) dengan ketentuan $2 < L < N/2$. *Embedding* dapat dikatakan sebagai pemetaan yang mentransfer data deret waktu F *unidimensional* ke dalam *multidimensional* X_1, X_2, \dots, X_K dengan lag vector $X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T$ untuk $i = 1, \dots, K$, dimana $K = N - L + 1$. Dari lag vector X_i tersebut kemudian di bentuk matriks lintasan berukuran $L \times K$. Matriks lintasan ini merupakan matriks dimana semua elemen pada anti diagonalnya

$$\text{bernilai sama. } X_{i,j} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \cdots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & \cdots & f_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & \cdots & f_{N-1} \end{pmatrix} \dots (1)$$

Konsep dasar pada tahap *embedding* ini adalah melakukan pemetaan yang mentransfer data deret waktu F *unidimensional* ke dalam *multidimensional* X_1, X_2, \dots, X_K sehingga didapatkan output sebuah matriks yaitu matriks *Hankel* dimana semua elemen pada anti diagonalnya bernilai sama.

2.1.2. Singular Value Decomposition

Langkah kedua dalam dekomposisi adalah membuat *Singular Value Decomposition* (SVD) dari matriks lintasan. Dalam aljabar linier *Singular Value Decomposition* (SVD) adalah sebuah faktorisasi dari matriks riil atau kompleks. Secara formal, SVD dari matriks M riil atau kompleks berukuran $m \times n$ adalah faktorisasi dari bentuk $U\Sigma V^*$, dengan U adalah matriks *unitary* berukuran $m \times n$, yaitu mempunyai sifat $U^*U = UU^* = I$, Σ adalah matriks diagonal *rectangular* berukuran $m \times n$ non negatif dan V adalah matriks *unitary* berukuran $n \times n$.

Diagonal entri dari Σ_{ii} dari Σ di kenal sebagai *singular value* dari M . Kolom matriks U dan kolom matriks V di sebut sebagai *left-singular vectors* dan *right-*

singular vectors dari M . *Singular value decomposition* standar dapat di hitung dengan langkah –langkah sebagai berikut :

- Vektor *singular* kiri dari M di buat orthonormal dari MM^*
- Vektor *singular* kanan dari M di buat orthonormal dari M^*M
- Akar kan nilai dari *singular value* matriks M yang positif dari M^*M dan MM^*

Untuk penentuan *singular value* dalam analisis *singular spectrum* adalah sebagai berikut, misalkan $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ adalah *eigenvalue* dari matriks S (dimana $S = XX^T$) dengan urutan yang menurun $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ dan U_1, \dots, U_L adalah *eigenvector* dari masing- masing *eigenvalue*. Rank dari matriks X dapat ditunjukkan dengan $d = \max\{i, \lambda_i > 0\}$. Jika dinotasikan $V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}}$ untuk $i=1, \dots, d$ maka SVD dari matriks lintasan adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 + \dots + X_d \\ &= U_1 \sqrt{\lambda_1} V_1^T + U_2 \sqrt{\lambda_2} V_2^T + \dots + U_d \sqrt{\lambda_d} V_d^T \\ &= \sum_{i=1}^d U_i \sqrt{\lambda_i} V_i^T \end{aligned} \quad \dots(2)$$

Matriks X adalah terbentuk dari *eigenvector* U_i , *singular value* $\sqrt{\lambda_i}$ dan *principal component* V_i^T . Ketiga elemen pembentuk SVD ini disebut dengan *eigentriple*.

Konsep dasar pada tahap ini adalah mendapatkan barisan matriks dari matriks S dimana pada masing- masing matriks dalam barisan tersebut mengandung *eigenvector* U_i , *singular value* $\sqrt{\lambda_i}$ dan *principal component* V_i^T yang menggambarkan karakteristik pada masing- masing matriks dalam barisan tersebut.

2.2. Rekonstruksi

Pada rekonstruksi terdapat dua tahap yaitu *Grouping* dan *Diagonal Averaging*. Parameter yang memiliki peran penting dalam rekonstruksi adalah *grouping effect* (r).

2.2.1. Grouping

Pada langkah ini, matriks lintasan berukuran $L \times K$ diuraikan menjadi beberapa sub-kelompok yaitu pola tren, musiman, periodik dan *noise*. Pengelompokan berhubungan erat dengan pemecahan matriks X_i menjadi beberapa kelompok dan menjumlahkan matriks dalam masing-masing kelompok. Matriks X_i akan dipartisi ke dalam m subset disjoint $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$.

Misalkan $I = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ adalah matriks resultan X_I dengan indeks i_1, i_2, \dots, i_p sesuai dengan kelompok I yang dapat didefinisikan $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$. Kemudian X_i disesuaikan dengan kelompok $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$. Maka, $X = X_1 + X_2 + \dots + X_d$ dapat diekspansi menjadi $X = X_{I1} + X_{I2} + \dots + X_{Im}$.

2.2.1.1. Automatisasi Grouping

Pada tahap *singular value decomposition* telah didapatkan *eigenvalue* yang menggambarkan karakteristik untuk setiap kolom pada matriks $S = XX^T$. *Eigenvalue* ini dapat direpresentasikan oleh *eigenvector*. Oleh karena itu bahan dasar pengelompokan pada tahap *grouping* adalah *eigenvector*. Masing- masing *eigenvector* pada masing- masing kolom yang merentang pada matriks lintasan ini akan dilakukan ekstraksi terhadap pola komponen seriesnya. Ekstraksi pertama dilakukan terhadap pola tren dengan menggunakan metode yang dikemukakan oleh [1], kemudian ekstraksi dilakukan terhadap pola musiman dengan menggunakan analisis spektral. *Eigenvector* yang lolos dalam analisis spektral dengan periode kurang dari 12 maka dianggap memiliki pola musiman dan *eigenvector* yang lolos dalam analisis spektral dengan periode lebih dari 12 akan dianggap memiliki pola siklik. Sedangkan *eigenvector* yang tidak lolos dalam ekstraksi tren maupun musiman (atau siklik) akan dianggap sebagai *noise*.

2.2.1.2. Pengelompokan Tren

Metode yang sudah ada untuk mengekstrak tren pada SSA diantaranya adalah dengan menggunakan pendekatan *naive*. Pendekatan *naive* untuk mengekstrak tren pada SSA adalah untuk merekonstruksi tren dari beberapa komponen awal SVD. Meskipun metode ini sangat sederhana namun pendekatan ini banyak digunakan pada kasus nyata dengan alasan sebagai berikut. *Eigenvalue* merupakan kontribusi dari komponen SVD yang bersesuaian ke dalam bentuk *time series*. Karena tren biasanya dapat mencirikan bentuk *time series*, dimana *eigenvalue* nya lebih besar dibandingkan dengan yang lainnya, yang berarti menunjukkan bahwa tren adalah komponen dengan nomor urutan yang kecil.

Pada [1] mengemukakan sebuah metode untuk mengekstrak tren dalam SSA, dimana dalam aplikasinya menggunakan transformasi *fourier* dari deret waktu. Dalam [2], pengelompokan trend dilakukan dengan metode [1].

Dalam proposal ini pengelompokan trend dilakukan dengan mengidentifikasi nilai dari parameter d pembeda. Pengelompokan dilakukan dengan cara mengidentifikasi nilai nilai d koefisien trend atau kemiringan. Jika d bernilai integer atau mendekati 1 maka pola *short memory*, jika d bernilai pecahan maka pola nya *long memory*. Metode untuk mengidentifikasi nilai koefisien d ini digunakan metode dari Gewek and Porter-Hudak dan Windows Spektral.

2.2.2. Pengujian Pola Musiman

Pengujian pola musiman pada penulisan ini digunakan analisis spektral. Analisis spektral adalah analisis deret waktu yang dapat menguraikan data ke dalam himpunan gelombang sinus dan atau kosinus pada berbagai frekuensi yang dapat digunakan untuk mencari periodisitas tersembunyi. Analisis spektral dapat mengidentifikasi apakah sebuah data memiliki pola musiman atau tidak kemudian mendeteksi besarnya periode musiman pada data. Dikaitkan dengan otomatisasi *grouping* SSA yang akan dibahas dalam tulisan ini, metode spektral dapat digunakan untuk mendeteksi masing- masing *eigenvector* pada tahap *grouping* apakah memiliki pola musiman data atau tidak. Jika masing- masing *eigenvector* diklaim memiliki pola musiman kemudian akan ditentukan perioditas musimannya, dimana kelompok *eigen vector* yang memiliki periode yang sama akan dikelompokkan menjadi satu kelompok. Berikut adalah persamaan spektral.

$$Z_t = \sum_{k=0}^{n/2} (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t) + e_t \quad \dots(3)$$

Dengan

Z_t : series data deret waktu pada periode ke-t

a_k dan b_k : koefisien fourier

$\cos \omega t$ dan $\sin \omega t$: fungsi kontinu yang tidak berkorelasi

e_t : error pada periode waktu ke-t

ωt : frekuensi fourier

t : periode waktu

Berikut adalah tahapan untuk melakukan pengujian musiman dengan menggunakan analisis spektral:

1. Hitung a_k dan b_k pada persamaan (3) dengan rumusan sebagai berikut.

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_t \cos \omega_k t & ; \text{ untuk } k = 0 \text{ dan } k = \frac{n}{2} \text{ jika } n \text{ genap} \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n z_t \cos \omega_k t & ; \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \end{cases} \quad \dots(4)$$

dan

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n z_t \sin \omega_k t \quad ; \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \quad \dots(5)$$

2. Uji keberartian terhadap masing- masing frekuensi fourier yang telah dihitung pada langkah pertama.

Hipotesis Statistik:

$H_0 : a_k = b_k = 0$ (koefisien fourier tidak berarti)

$H_1 : a_k \neq 0 \text{ atau } b_k \neq 0$ (koefisien fourier berarti)

Statistik Uji:

$$F = \frac{(n-3)(a_k^2 + b_k^2)}{2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n/2} (a_j^2 + b_j^2)} \quad \dots(6)$$

mengikuti distribusi $F(2, n-3)$.

Jika H_0 signifikan atau koefisien fourier berarti, maka hal ini mengindikasikan bahwa terdapat pola musiman pada data yang akan diujikan.

3. Hitung nilai ordinat $I(\omega_k)$ dengan rumusan sebagai berikut.

$$I(\omega_k) = \begin{cases} na_0^2 & ; \text{untuk } k = 0 \\ \frac{n}{2}(a_k^2 + b_k^2) & ; \text{untuk } k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \\ na_k^2 & ; \text{untuk } k = \frac{n}{2} \end{cases} \quad \dots(7)$$

4. Melakukan pengujian untuk melihat dimana letak pola musiman, menggunakan statistik uji T sebagai berikut.

$$T = \frac{I^{(1)}(\omega_{(1)})}{\sum_{k=1}^{n/2} I(\omega_k)} \quad \dots (8)$$

dengan,

$I^{(1)}(\omega_{(1)})$: ordinat maksimum dari periodogram pada frekuensi fourier

$I(\omega_k)$: nilai ordinat periodogram pada frekuensi fourier ke-k.

Kriteria uji : tolak hipotesis nol jika $T_{hitung} > g_\alpha$. Nilai g_α dapat dilihat pada tabel berikut. Tabel titik kritis dapat dilihat di [12].

2.3. Diagonal Averaging

Pada tahap ini akan dilakukan transformasi dari hasil pengelompokkan matriks X_{ii} ke dalam seri baru dengan panjang N. Tujuan dari tahap ini adalah mendapatkan *singular value* dari komponen-komponen yang telah dipisahkan, kemudian akan digunakan dalam peramalan. Hasil pada tahap ini merupakan matriks F sebagai berikut.

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & f_K \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \dots & f_N \end{pmatrix} \quad \dots(9)$$

Untuk mencari rata-rata diagonal matriks dapat digunakan persamaan sebagai berikut.

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k f_{m,k-m+1}^* & \text{untuk } 1 \leq k < L^* \\ \frac{1}{L^* - 1} \sum_{m=1}^{L^*-1} f_{m,k-m+1}^* & \text{untuk } L^* \leq k < K^* + 1 \\ \frac{1}{N - k + 1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-K^*+1} f_{m,k-m+1}^* & \text{untuk } K^* + 1 \leq k < N \end{cases} \quad \dots(10)$$

dimana $L^* = \min(L, K)$ dan $K^* = \max(L, K)$. Persamaan (10) jika diaplikasikan ke dalam matriks resultan X_{im} akan membentuk deret $\tilde{Y}^{(k)} = (\tilde{y}_1^{(k)}, \dots, \tilde{y}_N^{(k)})$. Oleh karena itu, deret asli akan didekomposisi menjadi jumlah dari m deret:

$$y_n = \sum_{k=1}^m \tilde{y}_n^{(k)} \quad \dots(11)$$

2.4. Peramalan

Peramalan yang digunakan dalam penelitian ini adalah SSA *recurent* dan *vector forecasting*. Dengan bantuan *Linear Recurrent Formula* (LRF) untuk membangun modelnya. Metode Forecasting SSA awalnya di usulkan oleh [5] dan [6] yang biasa di sebut singkatan LRF

$$x_{i+d} = \sum_{k=1}^d r_k x_{i+d-k}$$

Dimana $1 \leq i \leq N - d$. Untuk menaksir koefisien LRF, yaitu (r_1, r_2, \dots, r_d) digunakan eigenvector yang diperoleh dari langkah SVD. Dengan $P = (p_1, p_2, \dots, p_{L-1}, p_L)^T$, $P^{\bar{v}} = (p_1, p_2, \dots, p_{L-1})^T$, π_i komponen terakhir dari vektor $(p_1, p_2, \dots, p_{L-1}, p_L)$, dan $v^2 = \sum_{i=1}^{L-1} \pi_i^2$ maka koefisien LRF (vektor R) dapat dihitung dengan persamaan :

$$(r_{L-1}, \dots, r_1) = \frac{1}{1 - v^2} \sum_{i=1}^{L-1} \pi_i P_i^{\bar{v}}$$

Dalam peramalan dengan *Toeplitz SSA forecasting* ini, deret waktu yang digunakan adalah deret hasil rekonstruksi yang berupa kombinasi linear komponen pertama dan vektor R. Kemudian akan ditentukan M buah titik data baru yang akan diramalkan.

$$g_i \begin{cases} \tilde{x}_i, 0 \leq i \leq N \\ \sum_{j=1}^{L-1} r_j g_{i-j}, N+1 \leq i \leq N+M \end{cases}$$

Maka terbentuk deret hasil peramalan yaitu $G_{N+M} = (g_1, \dots, g_{N+M})$ dimana g_{N+1}, \dots, g_{N+M} adalah hasil ramalan dari *Toeplitz SSA forecasting*.

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Dalam proses SSA terdapat dua langkah yaitu Dekomposisi dan Rekonstruksi. Dekomposisi terdiri dari *Embedding* dan *Singular Value Decomposition* (SVD). Sedangkan Rekonstruksi terdiri dari Pengelompokkan dan Perataan Diagonal.

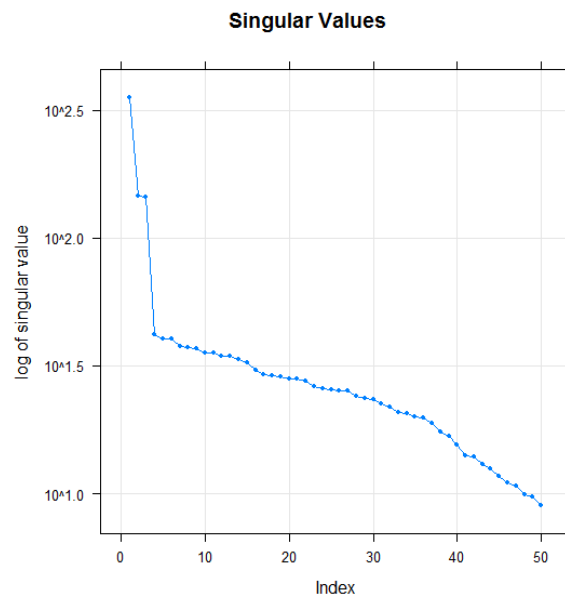
Pada proses *embedding* menentukan nilai L, dengan $2 < L < \frac{N}{2}$. Melalui *Trial and Error* bisa dilakukan pemilihan L, dengan *Mean Square Error* (MSE) minimum, berdasarkan software caterpillar dan Software R didapat L = 41, selanjutnya mendapat nilai K=120-20+1=101, sehingga pada proses SVD akan membuat matriks dengan L x K.

Pada Proses SVD akan mendapatkan nilai *Singular Value*, *Eigenvector* dan *Principal Component*, nilai – nilai ini akan digunakan untuk memisahkan ke dalam beberapa komponen, sehingga komponen ini dapat dikelompokkan (Lihat Gambar 1).

Setelah diketahui banyaknya *grouping* berdasarkan gambar 1, langkah selanjutnya dilakukan verifikasi dengan menggunakan regresi spektral yang telah dibahas pada bagian 2. Langkah ini merupakan suatu langkah untuk meyakinkan banyaknya pengelompokan yang harus dilakukan agar memperoleh hasil terbaik. Berdasarkan hasil analisis menggunakan metode SSA didapat MAPE sebesar 14,45 %.

Metode Regresi Spektral cukup akurat seperti pada [7], yang di gunakan untuk data selain curah hujan dan diaplikasikan untu model dekomposisi klasik. Pada [8], di bandingkan dengan metode yang lain seperti SARIMA, Dekomposisi klasik, ternyata

Metode SSA menghasilkan hasil peramalan yang terbaik dengan hasil MAPE seperti di atas.



Gambar 1. Rekonstruksi *Grouping*

4. SIMPULAN

Nilai MAPE menunjukkan bahwa metode *grouping* dengan analisis regresi spektral dapat membantu dalam menentukan pengelompokan terbaik. Hal ini terlihat dari hasil MAPE yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *grouping* konvensional. Metode regresi ini juga, tidak hanya mengidentifikasi pola musiman akan tetapi dapat mengidentifikasi pola trend dan siklus secara eksak, khusus untuk pola musiman dapat langsung ditentukan besarnya nilai periode dari musiman tersebut [7].

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Alexandrov, T., et al. 2009. *A Review of Some Modern Approaches To The Problem of Trend Extraction* in Research Report Series, US Census Bureau.
- [2] Andani, M, Handoko, B, Sunengsih, N dan Darmawan, G .2014. "Automatisasi *Grouping* Pada *Singular Spectrum Analysis* (SSA)", Seminar Nasional Statistika.
- [3] Broomhead, D.S, Jones, G.P. King and E.R. Pike. 1987. *Singular system analysis with application to dynamical systems*. In E.R. Pike and L.A. Lugaito, editors, *chaos, Noise and Fractal*, pages 15-27. IOP Publishing, Bristol.
- [4] Broomhead, D.S, and G..P. King. 1986. *On qualitative analysis of experimental dynamical system*. In S. Sarkar editor, *Nonlinear Phenomena and Chaos*, pages 113-114. Adam Hilger, Bristol.

- [5] Danilov,D. .1997a. Principal components in time series forecast. *Journal of Computation and Graphical Statistics*,vol.6,issue 1, p.112-121.
- [6] Danilov,D.. 1997b. *The ‘Caterpillar’ method for time series method for time series forecasting*. In D.danilov and A.Zhigljavsky, editors,principle Components of Time series : The ‘Caterpillar’ method, pages 73-104. University of st.Peterburg,St.Petersburg.
- [7] Darmawan, G., Mulyani, S. dan Sudartianto. 2012. *Pengujian Pola Musiman Pada Data Deret Waktu Dengan Menggunakan Regresi Spektral*. Universitas Padjadjaran. Jatinangor.
- [8] Darmawan,G, Hendrayati,T dan Arisanti,R. 2015. *Perbandingan peramalan pada model singular spectru analysis*. Study kasus : Curah Hujan Kota Bandung Dan Sekitarnya. Seminar Nasional Universitas Muhammadiyah Purwokerto.
- [9] Fisher.1929. *Test of significance in harmonic analysis, proc.Roy.Soc.,Ser.A.125,54-59*.
- [10] Golyandina,Netrutkin, and Zhigljavsky .2001. *Analysis os Time Series Structure SSA and Related Techniques*. Chapman & Hall.
- [12] Wei,W.W.S .2006. *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods.Philadelphia,Pennsylvania,USA*. Pearson International Edition, Second Edition.
- [13] Whittle .1952. *The Simultaneous estimation of a time series’ harmonic covariance structure*, *Trabajos.Estadis.*,3,43-57.