

DESAIN PEMBELAJARAN DENGAN PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK (PMR) PADA TOPIK SISTEM PERSAMAAN LINEAR DAN KUADRAT (SPLK)

Florensus Widodo Yulianto
Universitas Sanata Dharma Yogyakarta
florensuswidodo@yahoo.com

Abstrak

Struktur dan konsep matematika saling berkaitan (intertwining) sehingga kegiatan eksplorasi dibutuhkan untuk mendukung terjadinya proses pembelajaran yang lebih bermakna. Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan sebuah desain pembelajaran dalam menemukan hubungan diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari SPLK berdasarkan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik (PMR) di salah satu Sekolah Menengah Atas (SMA) swasta di Yogyakarta. Subjek pada penelitian ini adalah siswa kelas X MIPA 2 dan penelitian ini dilaksanakan pada bulan Oktober 2017. Metode yang digunakan yaitu metode penelitian desain riset dengan pendekatan PMR. Pada kegiatan pembelajarannya, siswa diberikan masalah untuk menggambar suatu SPLK agar siswa dapat mengetahui bagaimana kedudukan garis terhadap parabola dengan bantuan aplikasi geogebra. Masalah selanjutnya yang dikerjakan siswa adalah menyelesaikan SPLK dengan metode aljabar kemudian menguji diskriminan persamaan kuadrat baru yang dihasilkan dan diakhiri dengan memberi kesimpulan. Dari pembelajaran yang telah dilaksanakan siswa terlihat antusias dan dari penelitian ini juga disimpulkan bahwa siswa dapat memahami hubungan antara diskriminan dari persamaan kuadrat baru dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dan kuadrat (SPLK).

Kata Kunci: *Desain Riset; Pendidikan Matematika Realistik; Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat (SPLK)*

1. PENDAHULUAN

Dunia yang kian modern dengan perkembangan teknologi telah memberi manfaat bagi kehidupan, salah satunya pada bidang pendidikan. Teknologi dalam bidang pendidikan diperlukan pada proses pembelajaran, salah satunya pada pembelajaran matematika. Komputer dan software yang kita kenal saat ini adalah hasil dari pengembangan teknologi yang dapat kita digunakan untuk mengembangkan bahan ajar. Menurut Glass dalam Kusumah (2003), bahwa banyak sekali kontribusi nyata yang dapat dipersembahkan komputer bagi kemajuan pendidikan, khususnya pembelajaran matematika. Komputer dapat dimanfaatkan untuk mengatasi perbedaan individual siswa; mengajarkan konsep; melaksanakan perhitungan dan menstimulir belajar siswa.

Selama ini dalam menyampaikan materi mengenai SPLK, guru hanya sebatas mengajarkan dengan metode aljabar saja. Tidak membahas bagaimana penyelesaian SPLK secara grafik yang memiliki kaitan dengan penyelesaian aljabar dan nilai dari determinan persamaan kuadrat barunya. Dengan menggunakan aplikasi kalkulator grafik yakni *geogebra*, siswa akan mengetahui interpretasi geometri dari penyelesaian SPLK yaitu titik potong antara garis dan parabola. Dengan bantuan *geogebra* diharapkan siswa mengeksplorasi aplikasi secara mandiri, sehingga dapat mengembangkan kemampuannya dalam memahami kaitan antara diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari SPLK

secara geometris dan aljabar. Kegiatan pembelajaran yang diharapkan tentunya yang berpusat pada siswa. Konteks pembelajaran disampaikan oleh guru kemudian siswa mengkonstruksi sendiri pengetahuannya dan guru bertindak sebagai fasilitator. Oleh karena itu, pendekatan pembelajaran digunakan adalah matematika realistik.

Tujuan penelitian ini adalah untuk menghasilkan sebuah desain pembelajaran dalam menemukan hubungan diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dan kuadrat (SPLK). Diharapkan dengan adanya desain pembelajaran tersebut dapat digunakan ketika mengajarkan materi yang sama. Selain itu, dengan pembelajaran yang menarik akan menumbuhkan minat siswa dalam belajar matematika khususnya pada topik SPLK ini.

Realistic Mathematics Education adalah pendekatan pengajaran yang bertitik tolak dari hal-hal yang 'real' bagi siswa, menekankan keterampilan 'proses of doing mathematics', berdiskusi dan berkolaborasi, berargumentasi dengan teman sekelas sehingga mereka dapat menemukan sendiri ('*student inventing*' sebagai kebalikan dari '*teacher telling*') dan pada akhirnya menggunakan matematika itu untuk menyelesaikan masalah baik secara individu maupun kelompok. Pada pendekatan ini peran guru tak lebih dari seorang fasilitator, moderator atau evaluator sementara siswa berpikir, mengkomunikasikan, melatih nuansa demokrasi dengan menghargai pendapat orang lain.

Menurut de Lang (1996, dalam Hadi, 2017) dijabarkan dalam 5 karakteristik PMR yakni:

- 1) Menggunakan konteks
- 2) Menggunakan model
- 3) Menggunakan kontribusi siswa
- 4) Menggunakan format interaktif
- 5) Memanfaatkan keterkaitan (intertwining)

Garis besar proses pembelajaran menggunakan pendekatan PMR yang dirancang peneliti adalah dengan melakukan beberapa aktivitas pembelajaran sebagai berikut:

Aktivitas 1: siswa menggambar suatu SPLK dengan bantuan aplikasi *geogebra*
Tujuannya: dari aktivitas ini siswa akan mendapat gambaran bagaimana kedudukan garis dan parabola.

Guru memberikan masalah yaitu siswa diminta untuk menggambar grafik dari sistem yang mereka ciptakan sendiri dengan bentuk umum:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = px + q$$

Siswa diminta untuk mengganti nilai-nilai dari a, b, c, p, q, maupun koefisien y dengan suatu bilangan real. Kemudian siswa diperkenankan menggunakan aplikasi *geogebra* untuk menggambar grafiknya kemudian hasilnya *discreenshot* dan dikumpulkan via *email* atau *whatsapp* pada akhir pembelajaran. Siswa diberi kebebasan untuk bereksplorasi dengan *geogebra* dan diakhir kegiatan siswa diminta untuk memberikan kesimpulan secara lisan.

Aktivitas 2: diskusi kelompok untuk menyelesaikan SPLK dengan metode grafik dan aljabar

Aktivitas 2 ini dilakukan pada pertemuan kedua. Guru membagi siswa dalam 11 kelompok yang terdiri dari 3 siswa. Tujuan dari aktivitas ini adalah siswa dapat memahami cara menyelesaikan SPLK dengan metode grafik dan aljabar.

Dalam kegiatan pembelajaran guru memulai dengan memberikan tiga masalah untuk diselesaikan di dalam kelompok yang sudah ditentukan yaitu:

Selesaikan SPLK berikut dengan menggunakan metode grafik dan aljabar kemudian tentukan nilai diskriminan persamaan kuadrat barunya!

Soal nomor 1	Soal nomor 2	Soal nomor 3
$y = x^2 - 3x + 2$	$y = x^2 - x - 2$	$y = x^2 - 4x + 3$
$y = x - 1$	$y = x - 3$	$y = -2x + 1$

Peneliti memilih ketiga soal di atas sebagai konteks pembelajaran karena soal di atas dapat dibayangkan oleh siswa dan ketiga soal di atas akan memberikan jawaban yang beragam yaitu soal nomor 1 memperlihatkan kedudukan garis memotong parabola di dua titik yang berlainan (dua anggota himpunan penyelesaian), soal nomor 2 memperlihatkan kedudukan garis memotong parabola di satu titik (satu anggota himpunan penyelesaian), dan soal nomor 3 memperlihatkan kedudukan garis yang tidak memotong parabola (tidak memiliki anggota himpunan penyelesaian).

Aktivitas 3: presentasi dan menarik kesimpulan

Tujuannya: agar siswa memahami dan menemukan hubungan antara penyelesaian dengan metode grafik dan aljabar serta kaitannya dengan nilai diskriminan dari persamaan kuadrat baru.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan penelitian desain (*design research*) menurut model Greivemeijer dan Cobb (2006). Ada tiga tahap dalam pelaksanaan desain riset yaitu: *preparing for the experiment*, *design experiment*, dan *retrospective analysis*. Pada tahap *Preparing for the experiment*, peneliti mengkaji dari berbagai literatur mengenai SPLK kemudian mendesain sebuah pembelajaran dengan pendekatan PMR. Tahap selanjutnya yaitu *teaching experiment*, desain pembelajaran pada tahap pertama diujicobakan di kelas. Setelah itu peneliti melakukan *retrospective analysis* terhadap pembelajaran yang dirancang dengan pembelajaran sesungguhnya yang terjadi di kelas.

Subjek penelitian ini adalah 33 siswa kelas X MIPA 1 di sebuah SMA swasta di Yogyakarta. Waktu pelaksanaan penelitian adalah pada bulan Oktober 2017. Sumber data penelitian ini adalah dokumentasi video, foto dan catatan harian/lapangan penulis selama kegiatan pembelajaran berlangsung, serta lembar kerja siswa pada aktivitas 1, aktivitas 2, dan aktivitas 3. Teknik analisis data yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan berdasarkan pada dokumentasi video, foto dan catatan harian penulis selama kegiatan pembelajaran berlangsung, beserta data hasil diskusi siswa pada lembar aktivitas.

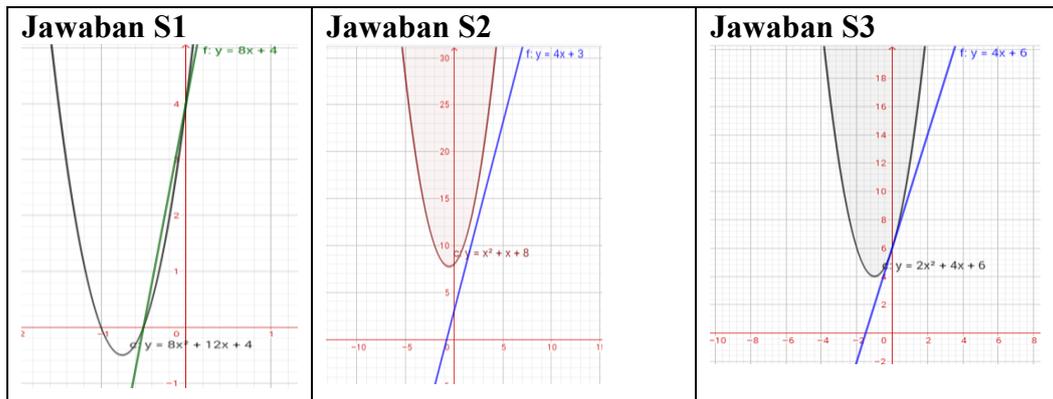
3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini didesain dalam 3 aktivitas. Berikut ini deskripsi dari aktivitas-aktivitas tersebut.

AKTIVITAS 1

Aplikasi *geogebra* memberi kemudahan kepada peserta didik. Setiap grafik fungsi dari fungsi kuadrat maupun fungsi linear yang tampil pada layar dapat kita geser sehingga memudahkan kita untuk melihat banyaknya titik potong antara garis dan parabola bahkan menentukan anggota himpunan penyelesaiannya. Interaksi yang terjadi saat guru menanyakan hasil temuan siswa mengenai kedudukan garis dan parabola (aktivitas 1) adalah:

- Guru : oke apakah sudah menggambar grafik SPLK?
 Siswa : sudah pak.
 Guru : Kesimpulan apa yang kamu dapatkan? Siapa yang ingin berpendapat? [S1 mengangkat tangan dan menyampaikan idenya].
 S1 : saya dapat $y = 8x^2 + 12x + 4$ dan $y = 8x + 4$
 Guru : gambarnya bagaimana? Parabolanya bagaimana? Bagaimana titik potong yang terjadi?
 S1 : parabolanya menghadap ke atas, lalu garisnya memotong parabola di titik $(-0,5;0)$ dan $(0,4)$.
 Guru : oke terima kasih, siapa lagi yang dapat bentuk lain? Jika dilihat dari banyaknya titik potong, adakah yang menemukan selain dua? [ada siswa yang angkat tangan dan menyampaikan idenya]
 S2 : Saya pak. Parabolanya terbuka ke atas, persamaannya $y = x^2 + x + 8$ dan $y = 4x + 3$, mereka tidak berpotongan.
 Guru : Oke. yang pertama tadi memiliki dua titik potong dan yang kedua tadi tidak berpotongan. Adakah yang menemukan titik potongnya bukan dua? Coba kalian ketik persamaan baru dan geser-geser lagi garis atau parabolanya. [beberapa siswa kembali mengotak-atik smartphonenya, ada juga siswa yang menggunakan laptopnya].
 S3 : Oo pak! Ada pak, hanya satu titik saja.
 Guru : Nahh... bisa kamu tunjukkan? [guru mendekati siswa dan melihat pekerjaannya]. Oke. Persamaannya bagaimana?
 S3 : $y = 4x + 6$ dan $y = 2x^2 + 4x + 6$ titik potongnya hanya satu.
 Guru : Coba sebutkan koordinat titik potongnya!
 S3 : $(0,6)$ pak.
 Guru : Apakah kamu yakin? Coba kamu zoom gambarmu itu, apakah benar $(0,6)$ adalah titik potong satu-satunya? [siswa tersebut memperbesar gambarnya dan siswa lain juga ikut mencoba] bagaimana hasilnya?
 S3 : Ya tetap $(0,6)$ pak. Hanya ada satu.
 Guru : Oke baik. Adakah yang menemukan titik potongnya selain yang kita temukan tadi?
 Siswa : Tidak pak. [siswa menjawab serempak]
 Guru : Oke. Jadi hasil temuan kita hari ini, kita menemukan ada berapa kemungkinan kedudukan garis dan parabola?
 Siswa : Tiga...yaitu: dua titik potong, tidak ada, lalu satu titik potong.

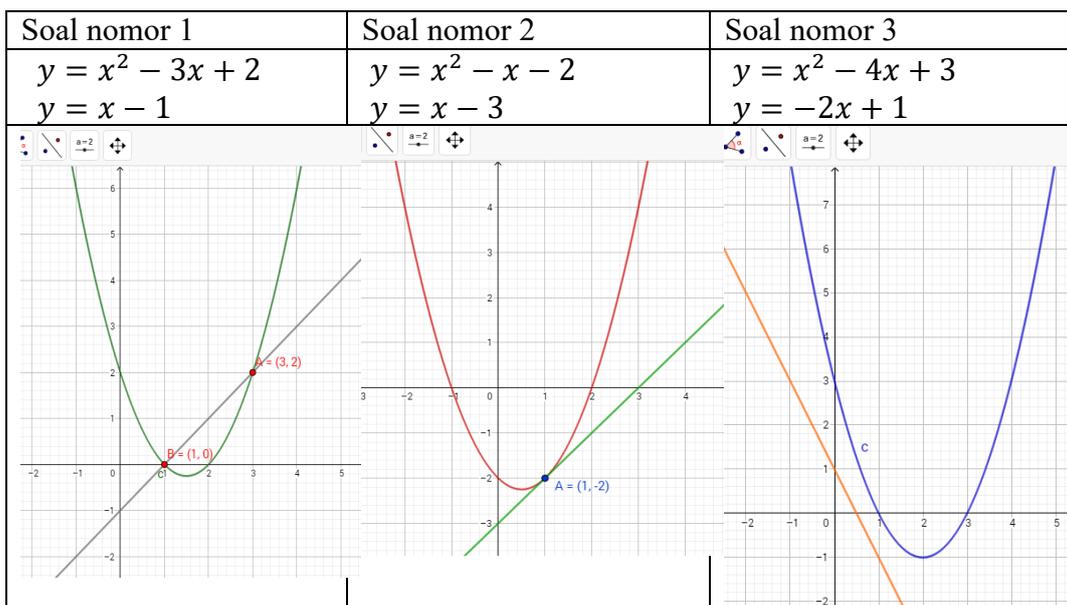


Gambar 1 : Jawaban S1, S2, dan S3

Dari **aktivitas 1**, dapat disimpulkan siswa sudah mengetahui tiga kemungkinan bagaimana garis memotong parabola, yaitu memiliki satu titik potong, dua titik potong dan tidak berpotongan.

AKTIVITAS 2

Berikut ini adalah jawaban kelompok 9 dari soal pada *aktivitas 2*.



Gambar 2 : Jawaban kelompok 9 untuk soal nomor 1, 2 dan 3 secara grafik

<p>Emmanuel Korisma X MIPA 1/19, Soal</p> <p>1) $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$</p> <p>2) $y = x - 1$ $1(x-1) = x^2 - 3x + 2$ $x - 1 = x^2 - 3x + 2$ $x - 1 - x^2 + 3x - 2 = 0$ $-x^2 + 4x - 3 = 0$ pk. baru $(-x+1)(x-3)$ $x = 1 \quad x = 3$ $y = x - 1$ $y = 1(1) - 1 \quad \quad y = 1(3) - 1$ $y = 0 \quad \quad y = 2$</p> <p>b.) $D = b^2 - 4ac$ $= 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -3$ $D = 16 - 12$ $D = 4 > 0$ $D > 0$</p> <p>c. $HP = \{(1,0), (3,2)\}$</p>	<p>Michael Yoesius X MIPA 1/28.</p> <p>2) $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = x^2 - x - 2 \end{cases}$</p> <p>a.) $y = x - 3$ $y = x^2 - x - 2$ $x - 3 = x^2 - x - 2$ $= x^2 - x - 2 - x + 3$ $= x^2 - 2x + 1$ $(x-1)(x-1)$ $x = 1 \quad x = 1$ $y = 1 - 3$ $y = -2$ $HP = \{(1, -2)\}$</p> <p>b.) $D = b^2 - 4ac$ $= -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$ $= 4 - 4$ $D = 0$</p>	<p>Andreas Ariastito W X A 1 / 06</p> <p>3. $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$</p> <p>a) $y = -2x + 1$ $(-2x+1) = x^2 - 4x + 3$ $-2x + 1 - x^2 + 4x - 3 = 0$ $-x^2 + 2x - 2 = 0$</p> <p>b.) $D = b^2 - 4ac$ $= 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot -2$ $= 4 - 8$ $D = -4$ $D < 0$</p>
--	---	--

Gambar 3 : Jawaban kelompok 9 untuk soal nomor 1, 2 dan 3 secara aljabar

Dari jawaban di atas, menunjukkan bahwa siswa sudah memahami bagaimana menggunakan geogebra dalam menggambar SPLK, mencari penyelesaian SPLK dengan metode aljabar dan menghitung nilai diskriminan persamaan kuadrat baru. Berikut merupakan cuplikan percakapan antara guru dan siswa kelompok 9 sejauh mana pemahaman mereka setelah melakukan diskusi.

- Guru* : coba lihat jawaban kalian! Lihat grafik yang kalian peroleh! titik potongnya untuk soal nomor 1, 2 dan 3 ada berapa?
- Kelompok 9* : Nomor 1 ada dua yaitu (3,2) dan (1,0), nomor 2 ada satu (1, -2), nomor 3 tidak ada titik potong pak.
- Guru* : nah kalau penyelesaian secara aljabar ada berapa dan apa saja?
- Kelompok 9* : mmm sama pak... Nomor 1 ada dua penyelesaian (3,2) dan (1,0), nomor 2 ada satu (1, -3), nomor 3 tidak ada penyelesaian
- Guru* : Nah kesimpulanmu apa? [siswa agak bingung]
- Kelompok 9* : Titik potong grafik sama dengan yang di aljabar
- Guru* : Artinya? [guru menanyakan kepada seluruh siswa] [ada siswa yang menjawab]
- Kelompok 9* : Pak, berarti titik potongnya merupakan penyelesaian pak, karena sama antara titik potong dengan HP.
- Guru* : Good. Lalu, banyaknya titik potong pada grafik dan banyaknya anggota himpunan penyelesaiannya bagaimana?
- Siswa* : Sama [siswa menjawab dengan serempak]
- Guru* : Oke, bagaimana, bisa dipahami?
- Siswa* : Bisa [beberapa siswa menjawab]

Setelah menggambar SPLK, menyelesaikannya secara aljabar, dan menentukan diskriminan dari persamaan kuadrat baru, peneliti meminta siswa untuk menemukan hubungan antara diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari ketiga soal yang diberikan.

AKTIVITAS 3

Pada **aktivitas 3**, guru meminta beberapa kelompok untuk maju di antaranya kelompok 9 untuk mempresentasikan jawaban mereka (gambar 2 & 3). Kelompok 9 menjelaskan proses menyelesaikan SPLK dengan metode grafik dengan bantuan *geogebra* kemudian menampilkan hasil perhitungan secara aljabar dan nilai diskriminan yang ditemukan.

Interaksi yang dilakukan guru dan siswa dimana guru mencoba memancing ide siswa tentang hubungan antara diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian adalah sebagai berikut:

- Guru* : Dari gambar yang kalian buat kemudian ada proses mencari penyelesaian secara aljabar dan kalian juga sudah menentukan nilai diskriminan dari persamaan kuadrat baru. Nah kesimpulan apa yang kalian dapatkan?
- Kelompok 9* : Maksudnya gimana pak?
- Guru* : Ayo teman-teman yang lain boleh membantu.
- Guru* : coba bandingkan penyelesaian antara grafik dan aljabar dengan nilai diskriminannya. Dari soal nomor 1 dan seterusnya. Oke.
- Kelompok 9* : Nomor 1 Diskriminannya lebih besar dari nol
Nomor 2 Diskriminannya sama dengan nol
Nomor 3 Diskriminannya kurang dari nol
- Guru* : Nah kemudian ada pengaruhnya nggak nilai diskriminannya? [siswa yang lain turut memperhatikan] bukannya mudah ditemukan?
- Kelompok 9* : Ya pak. Kalau Diskriminannya lebih besar dari nol maka ada dua penyelesaian.
- Guru* : Ada dua anggota himpunan penyelesaian ya. Kalau yang lainnya?
- Kelompok 9* : Ya pak. Kalau Diskriminannya sama dengan nol maka ada satu anggota himpunan penyelesaian. Kalau Diskriminannya kurang dari nol maka tidak ada anggota himpunan penyelesaian.
- Guru* : Nah, sudah paham semuanya?
- Siswa* : Sudah...

Dari semua hasil diskusi dan rangkaian pembelajarannya, siswa telah memahami masalah yang diberikan dan dapat menyelesaikannya dengan baik. Siswa telah menyadari bahwa ternyata titik potong antara garis dan parabola juga merupakan penyelesaian dari SPLK dan nilai diskriminan persamaan kuadrat baru dari SPLK menentukan banyaknya anggota himpunan penyelesaian suatu SPLK. Hal ini membuktikan siswa dapat menemukan struktur materi secara sistematis

yang memiliki keterkaitan (*intertwining*). Untuk lebih meyakinkan siswa, guru memberikan soal SPLK sebagai pengayaan.

Di akhir rangkaian pembelajaran, guru mengajak siswa untuk membuat kesimpulan secara umum mengenai aktivitas yang telah siswa lakukan yaitu:

1. Hanya ada tiga kemungkinan kedudukan garis terhadap parabola yaitu garis memotong parabola di dua titik, garis memotong parabola di satu titik, atau garis tidak memotong parabola.
2. Titik potong antara garis dan parabola yang ditemukan merupakan himpunan penyelesaian SPLK. Jika garis dan parabola tidak berpotongan maka tidak ada anggota himpunan penyelesaian dari SPLK.
3. Nilai diskriminan dari persamaan kuadrat baru dari SPLK menentukan banyaknya anggota himpunan penyelesaian SPLK.

Masalah penelitian yang disajikan kini menjadi terjawab lewat proses pembelajaran yang dilakukan dan pengetahuan yang diraih merupakan hasil konstruksi siswa itu sendiri. Penggunaan aplikasi *geogebra* memberi kemudahan kepada siswa dan guru dalam mempelajari topik SPLK ini.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh dan pembahasan yang telah diuraikan, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran yang telah didesain membantu siswa memahami materi SPLK dengan tahapan pemahaman yang dimiliki siswa sebagai berikut:

- a. Dari aktivitas 1, siswa memahami tiga kemungkinan bagaimana garis memotong parabola, yaitu memiliki satu titik potong, dua titik potong dan tidak berpotongan.
- b. Dari aktivitas 2, siswa memahami bagaimana menggunakan *geogebra* dalam menggambar SPLK, mencari penyelesaian SPLK dengan metode aljabar dan menghitung nilai diskriminan persamaan kuadrat baru serta menemukan hubungan diskriminan dengan banyaknya anggota himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dan kuadrat (SPLK).
- c. Dari aktivitas 3, siswa mempresentasikan jawaban mereka di depan kelas dan menarik kesimpulan dari *aktivitas 1* dan *aktivitas 2* yang telah mereka kerjakan.

Penggunaan pendekatan PMR pada pokok bahasan SPLK memiliki peranan penting karena melalui pendekatan ini dapat digunakan sebagai *starting point* pada pembelajaran. Kelima karakteristik PMR akan mengantarkan siswa ke proses pembelajaran yang bermakna. Peneliti melihat antusiasme muncul dari siswa. Siswa merasa terbantu lewat aplikasi *geogebra* dan pembelajaran yang dilakukan lewat diskusi kelompok.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Akker, Jan Van Den, Gravemeijer K., McKenney S., dan Nieveen N.. (2006). *Educational Design Research*. New York: Taylor and Francis Group
- Ariyadi Wijaya. (2012). *Pendidikan Matematika Realistik: Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta : Graha Ilmu
- Bakker, A.(2004). *Design Research in Statistics Education*. Utrech: CD- β Press
- Lidinillah, Dindin Abdul Muiz. *Educational Design Research : a Theoretical Franework for Action*

- Hadi, S. (2017). *Pendidikan matematika realistik dan implementasinya*. Yogyakarta: Tulip.
- Julie, H. (2016). *Karakteristik Intertwining dalam Pendekatan Matematika Realistik di Sekolah Dasar*: Jurnal Sekolah Dasar. Vol. 25, No.2, hlm 109-120.
- Kusumah, Y.S. (2003). Pengembangan Model Computer Based Media geogebra untuk Meningkatkan HighOrder Mathematical Thinking Siswa SMA. Usul penelitian Hibah Bersaing Perguruan Tinggi. Bandung.
- Prahmana, R.C.I. (2017). *Design Research (Teori dan Implementasinya: Suatu Pengantar)*. Depok: Rajawali Pers.
- Suryanto. (2010). *Sejarah Pendidikan Matematika Realistik Indonesian (PMRI)*. Yogyakarta: Tidak diterbitkan.