PEMODELAN VOLATILITAS MENGGUNAKAN GARCH(1,1) DENGAN VOLATILITAS LAG-1 DITRANSFORMASI BOX–COX

Rebecca Rorimpandey[1], Didit B. Nugroho[2], dan Bambang Susanto[3]
Program Studi Matematika,
Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52–60 Salatiga 50711, Jawa Tengah, Indonesia
662015014@student.uksw.edu

Abstrak

Studi ini mengusulkan klas baru dari model GARCH dengan mengaplikasikan keluarga transformasi Box–Cox ke volatilitas lag-1. Model GARCH telah banyak digunakan untuk mendikripsikan tingkah laku volatilitas suatu runtun waktu keuangan, terutama pada kurs mata uang. Tingkah laku dari volatilitas return dipelajari berdasarkan model yang mengasumsikan distribusi normal untuk inovasi. Model diestimasi menggunakan alat bantu Solver Excel dan Matlab. Analisis empiris didasarkan pada data simulasi dan data kurs beli EUR, JPY, dan USD terhadap IDR atas periode harian dari 2010 sampai 2017. Dalam kasus data simulasi dan data riil, ditemukan bahwa Solver Excel memiliki kelemahan. Hasil empiris untuk data simulasi menunjukkan bahwa model BC(1)-GARCH(1,1) bisa dikatakan tidak lebih baik dari model GARCH(1,1). Sedangkan untuk kasus data riil dengan inovasi berdistribusi normal menunjukkan bahwa model BC(1)-GARCH(1,1) mengungguli model GARCH pada data kurs beli USD terhadap IDR.

Kata Kunci: *GARCH, Matlab, Solver, Transformasi Box-Cox, Volatilitas lag-1*

1. PENDAHULUAN

Volatilitas (*volatility*) adalah besaran perubahan harga aset atau *return* yang menunjukkan fluktuasi nilai aset dalam satu periode tertentu dan dinyatakan sebagai simpangan baku bersyarat (Abdalla & Winker, 2012). Volatilitas suatu runtun data *return* keuangan berfrekuensi tinggi (seperti mingguan, harian, atau menit) bersifat heteroskedastik, artinya bahwa nilai volatilitas berubah-ubah setiap waktu. Dalam literatur, ada dua model yang populer dan biasanya digunakan untuk memodelkan volatilitas *return* aset yaitu model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) dan GARCH (*Generalized ARCH*) yang berturut-turut diusulkan oleh Engle (1982) dan Bollerslev (1986).

Model GARCH telah banyak digunakan untuk mendiskripsikan perilaku volatilitas suatu runtun waktu keuangan, terutama pada data saham dan kurs mata uang. Perluasan model GARCH telah diperkenalkan dalam literatur-literatur keuangan untuk memperbaiki beberapa aspek model sehingga dapat mengakomodasi karakteristik dan dinamika suatu runtun waktu dengan lebih baik, sebagai contoh, lihat Bollerslev *et al.* (1992) untuk survei model ARCH dan Teräsvirta (2009) untuk survei model GARCH.

Suatu perluasan dari klas model tersebut yaitu penerapan transformasi Box–Cox (BC) secara penuh untuk spesifikasi variansi bersyarat yang diperkenalkan oleh Hentschel (1995). Berbeda dengan Hentschel (1995), studi ini memperluas model GARCH(1,1) dengan mengaplikasikan transformasi BC hanya untuk volatilitas di lag-1. Hal ini termotivasi oleh studi Tsiotas (2009) dan Nugroho & Morimoto (2014) yang mengaplikasikan hal yang sama tetapi dalam konteks model volatilitas stokastik.

Dalam kasus ini, model yang diusulkan diselesaikan utamanya menggunakan Solver Excel dan diaplikasikan pada data simulasi dan data riil. Rumusan masalah untuk kasus ini adalah apakah kekurangan dan kelebihan Solver Excel berdasarkan hasil estimasi model yang diusulkan, kemudian apakah model yang diusulkan lebih baik dibandingkan model dasar GARCH(1,1). Tujuan dari kasus ini adalah untuk mengetahui kehandalan Solver Excel dalam mengestimasi model yang diusulkan dan mendapatkan model dengan pencocokan terbaik antara model yang diusulkan dengan model dasar GARCH(1,1). Langkah-langkah pengestimasian model menggunakan Solver Excel mengikuti Nugroho et al. (2018). Solver Excel dipilih karena mudah dan tidak memerlukan pengetahuan pemrograman komputer. Data riil yang digunakan yaitu data kurs beli EUR, JPY dan USD terhadap IDR periode harian dari Januari 2010 sampai Desember 2017.

2. METODE PENELITIAN

Model GARCH(1,1) merupakan model yang sangat terkenal dalam tipe model GARCH dan sering digunakan pada studi-studi empiris di literatur keuangan. Hansen & Lunde (2005) telah membandingkan 330 model bertipe ARCH dan tidak menemukan bukti empiris bahwa model GARCH(1,1) diungguli oleh model lain. Untuk suatu *return* aset R_t pada waktu *t*, model GARCH(1,1) dinyatakan sebagai berikut:

$$R_t = z_t, \text{ dimana } z_t \sim N(0, \sigma_t^2),$$
$${\sigma_t}^2 = \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2,$$

dimana z_t dinamakan inovasi (*innovation*, atau biasa juga dinamakan *shock*/kejutan), $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, dan $\alpha + \beta < 1$. Dalam studi ini, *return* didefinisikan sebagai persentase dari perubahan logaritma natural harga aset:

$$R_t = 100 \times [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})],$$

dimana P_t adalah nilai aset pada saat t.

Beberapa interpretasi dari parameter model GARCH diberikan oleh $\alpha + \beta$, seperti *unconditional* (*long run, steady state, average*) *variance*, diartikan sebagai variansi rata-rata, yang didefinisikan oleh Zivot (2009) dan Ahmed *et al.* (2018) seperti

$$V_L = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)},$$

dan *half-life of a volatility shock*, diartikan sebagai paruh waktu kejutan volatilitas, yang didefinisikan seperti

$$H_{life} = \frac{\ln 0.5}{\ln(\alpha + \beta)}.$$

Paruh waktu kejutan volatilitas mengukur periode waktu yang dibutuhkan agar volatilitas kembali pada variansi rata-rata.

Mengikuti studi Tsiotas (2009) dan Nugroho & Morimoto (2014), di sini diusulkan perluasan untuk model GARCH dengan mengaplikasikan transformasi BC untuk volatilitas di lag-1. Transformasi BC diusulkan oleh Box & Cox (1964) untuk mengubah variabel-variabel tak berdistribusi normal menjadi mendekati normal. Studi ini mengusulkan model BC(1)-GARCH(1,1) yang dinyatakan seperti berikut:

$$R_t = z_t, \text{ dimana } z_t \sim N(0, \sigma_t^2),$$
$$\sigma_t{}^2 = \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta f(\sigma_{t-1}^2, \lambda),$$

dimana

$$f(\sigma_{t-1}^2, \lambda) = \begin{cases} (\sigma_{t-1}^2)^\lambda & ,\lambda \neq 0, \\ \log(\sigma_{t-1}^2) & ,\lambda = 0. \end{cases}$$

Nilai $\lambda = 1$ berkorespondensi dengan tidak ada transformasi. Apabila inovasi z_t diasumsi berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan variansi σ_t^2, maka fungsi log-*likelihood* dinyatakan seperti berikut:

$$\ln L\,(\theta_1) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left[\ln(2\pi\sigma_t^2) + \frac{R_t^2}{\sigma_t{}^2}\right].$$

Untuk melihat keunggulan dari model-model yang diusulkan, penulis menggunakan log-*likelihood ratio test* sebagai berikut (Casella & Berger, 2002):

$$LLR_{M_1,M_0} = 2\left(\ln L_{M_1} - \ln L_{M_0}\right)$$

untuk model M_0 dan M_1 berdasarkan nilai kritis dari distribusi χ^2 dengan derajat kebebasan 1 pada tingkat signifikan 1%, 5%, dan 10% dengan nilai masing-masing 6.64, 3.84, dan 2.71. Di sini, derajat kebebasan merupakan selisih banyaknya parameter dari model-model yang dibandingkan. Model M_1 secara signifikan akan memberikan pencocokan lebih baik daripada model M_0 apabila LLR_{stat} lebih besar daripada nilai kritis.

Dibandingkan dengan alat bantu yang memerlukan pengetahuan pemrograman, Solver Excel lebih disukai oleh para praktisi keuangan. Penggunaan Solver Excel untuk mengestimasi model GARCH(1,1) sudah dipelajari oleh Alexander (2008), Tung *et al.* (2010), Christoffersen (2012), dan Nugroho *et al.* (2018). Mengikuti langkah-langkah seperti di Nugroho *et al.* (2018), studi ini utamanya menggunakan metode GRG Non-Linear di Solver Excel untuk mengestimasi parameter-parameter model yang memaksimumkan log-*likelihood*. Untuk menganalisis apakah penggunaan Solver Excel direkomendasikan dalam praktek, studi ini membandingkan hasil empiris yang diperoleh dari Solver Excel dengan yang dihasilkan oleh metode Adaptive Random Walk Metropolis (ARWM) dalam algoritma MCMC. Metode terakhir tersebut diusulkan oleh Atchade & Rosenthal (2005) and sudah dikerjakan oleh Nugroho (2018) untuk model GARCH(1,1).

3. HASIL DAN BAHASAN

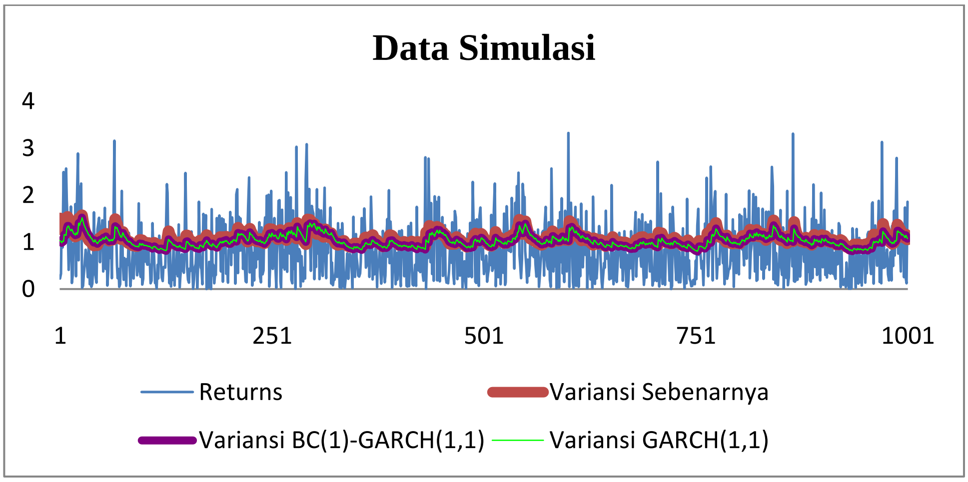
Data simulasi digunakan sebagai gambaran dari penggunaan transformasi Box-Cox untuk model volatilitas GARCH(1,1) sebelum diterapkan pada data riil. Data simulasi dibangkitkan sebanyak 1000 data *return* berdasarkan pada model BC(1)-GARCH(1,1) dengan inovasi berdistribusi normal. Nilai sebenarnya untuk parameter-parameter model dipilih sesuai dengan syarat model dan seperti pada kebanyakan studi empiris dalam literatur. Solver Excel dikerjakan dengan inisialisasi parameter yaitu $\omega = 0{,}02$, $\alpha = 0{,}03$, $\beta = 0{,}93$, dan $\lambda = 1$. Hasil estimasi dari pencocokan terhadap model BC(1)-GARCH(1,1) dan GARCH(1,1) disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Hasil estimasi berdasarkan data simulasi model BC(1)-GARCH(1,1).

Parameter	Nilai sebenarnya	BC(1)-GARCH(1,1)		GARCH(1,1)	
		Estimasi	Galat relatif	Estimasi	Galat relatif
ω	0,03	0,0197	34%	0,0542	-
α	0,04	0,0280	30%	0,0273	-
β	0,94	0,9541	1%	0,9200	-
λ	0,90	0.9261	7%	-	-
$\alpha + \beta$	0,98	0,9821	-	0,9473	-
Total Ln(L)		–1434,70		–1434,75	

Berdasarkan galat relatif tabel 1, Solver Excel bisa dikatakan dapat mengestimasi secara handal untuk semua parameter, khususnya parameter β dan λ, karena galat relatif dibawah 50%. Hasil estimasi total log-*likelihood* menunjukkan bahwa model BC(1)-GARCH(1,1) bisa dikatakan tidak lebih baik dari model GARCH(1,1) karena log-*likelihood ratio test* $LLR = 0{,}0941$, yang tidak signifikan pada semua tingkat. Penulis mencatat bahwa Solver Excel sangat sensitif terhadap nilai awal sehingga harus menginisialisasi parameter-parameter mendekati nilai sebenarnya dan juga menggunakan metode *trial and error*.

Gambar 1 menampilkan plot untuk *return* mutlak dan variansi dari model GARCH(1,1) dan BC(1)-GARCH(1,1). Terlihat bahwa kedua variansi mempunyai nilai-nilai yang dekat, yang mengkonfirmasi hasil sebelumnya bahwa kedua model tidak saling mengungguli. Secara khusus, runtun waktu *return* dan variansinya memiliki pola yang sama, yang mengindikasikan bahwa estimasi sudah benar.



Gambar 1. Grafik runtun waktu *return* dan variansi berdasarkan data simulasi.

Pada bagian ini diperhatikan pengaplikasian model untuk data kurs beli EUR, JPY, USD terhadap IDR periode harian dari Januari 2010 sampai dengan Desember 2017 yang diperoleh dari laman Bank Indonesia (www.bi.go.id). Tabel 2 menyajikan hasil estimasi dari model yang yang mengasumsikan inovasi berdistribusi normal. Model GARCH(1,1) dan BC(1)-GARCH(1,1) berturut-turut dilabelkan sebagai Model (1) dan (2). Hasil menunjukkan estimasi yang dihasilkan oleh Solver Excel dan Matlab adalah serupa untuk parameter α, β, γ, dan λ, dan cukup berbeda untuk parameter ω. Secara khusus, untuk data USD, Solver Excel menghasilkan $\omega = 0$ untuk model BC(1)-GARCH(1,1). Hasil tersebut disebabkan karena Solver Excel tidak menyediakan syarat tegas untuk kendala-kendala pada model.

Tabel 2. Hasil estimasi parameter.

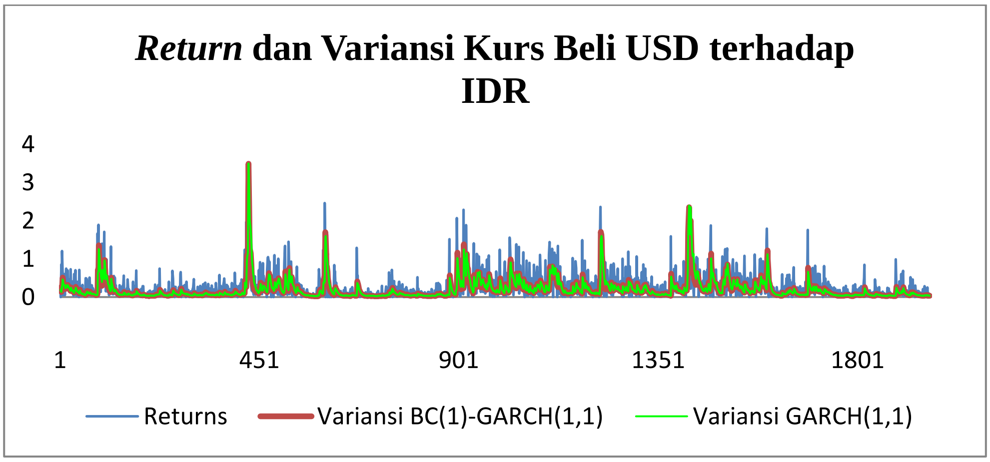
Data	Model	Alat	ω	α	β	λ	$\alpha+\beta$	Total ln(L)
EUR	(1)	Solver	0.0066	0.0449	0.9394	-	0.9843	–1842.03
		Matlab	0.0079	0.0472	0.9339	-	0.9755	–1843.54
	(2)	Solver	0.0036	0.0478	0.9340	0.99	0.9818	–1841.68
		Matlab	0.0053	0.0579	0.9149	0.98	0.9728	–1843.89
JPY	(1)	Solver	0.0131	0.0672	0.9108	-	0.9779	–2105.96
		Matlab	0.0168	0.0739	0.8982	-	0.9721	–2107.91
	(2)	Solver	0.0010	0.0735	0.9112	0.97	0.9847	–2104.07
		Matlab	0.0075	0.0835	0.8928	0,97	0.9763	–2106.47
USD	(1)	Solver	0.0053	0.1985	0.7969	-	0.9954	–758.06
		Matlab	0.0060	0.2033	0.7864	-	0.9897	–759.40
	(2)	Solver	0.0000	0.2309	0.7182	0.92	0.9488	–746.30
		Matlab	0.0007	0.2289	0.7250	0.93*	0.9539	–749.10

Catatan: * menyatakan nilai menyimpang secara signifikan dari 1 berdasarkan 95% interval Highest Posterior Density (lihat Chen & Shao (1999))

Berdasarkan estimasi total log-*likelihood* dan Uji LLR pada tabel 2, hasil menunjukkan bahwa model BC(1)-GARCH(1,1) menyediakan pencocokan terbaik pada data JPY, diindikasikan oleh nilai LLR Solver Excel sebesar 3.78 yang signifikan pada tingkat 10%, dan pada data USD, diindikasikan oleh nilai LLR Solver Excel sebesar 23,51 yang signifikan pada tingkat 1%. Sementara itu, untuk data EUR, kedua model sangat kompetitif (tidak saling mengungguli). Hasil tersebut mendemonstrasikan bahwa meskipun studi simulasi tidak menunjukkan keunggulan dari model BC(1)-GARCH(1,1) tetapi model tersebut mungkin lebih unggul pada data riil. Lebih lanjut, pada kasus data JPY dan estimasi Matlab, penulis mencatat bahwa meskipun estimasi parameter BC tidak menyimpang secara signifikan dari 1, model BC(1)-GARCH(1,1) tetap menyediakan pencocokan terbaik. Dari situ, penulis menemukan kekurangan dari Solver Excel, yaitu alat tersebut tidak menyediakan interval kepercayaan untuk estimasi parameter.

Berikutnya, penulis fokus pada analisis parameter untuk model terbaik dengan estimasi parameter BC yang signifikan, yaitu pada kasus data USD. Karena Solver Excel menghasilkan estimasi $\omega = 0$, maka nilai estimasi yang digunakan adalah estimasi Matlab. Model BC(1)-GARCH(1,1) menghasilkan variansi rata-rata sebesar 0.015 perhari, yang lebih kecil dari variansi rata-rata sebesar 0.582 perhari dari model GARCH(1,1). Sementara itu, paruh waktu kejutan volatilitas dari Model BC(1)-GARCH(1,1) yaitu sekitar 15 hari, yang lebih pendek dari yang diakibatkan oleh model GARCH(1,1) sekitar 67. Jadi, model BC(1)-GARCH(1,1) menyiratkan bahwa investor sebaiknya beroperasi dalam jangka waktu yang lebih cepat karena nilai aset lebih sensitif terhadap informasi baru. Hasil di atas menunjukkan bahwa model dengan transformasi BC menghasilkan variansi rata-rata yang lebih kecil dan paruh waktu kejutan volatilitas yang lebih pendek.

Gambar 2 menampilkan plot runtun waktu *return* mutlak dan variansi untuk kurs beli USD terhadap IDR berdasarkan estimasi Solver Excel. Terlihat bahwa *return* mutlak dan variansi memiliki pola yang sama. Hal ini mengindikasikan bahwa hasil estimasi sudah benar.



Gambar 2. Plot untuk kasus kurs beli USD terhadap IDR.

4. SIMPULAN

Studi ini menyimpulkan bahwa kelemahan Solver Excel yaitu Solver Excel sensitif terhadap nilai awal dan tidak menyediakan syarat tegas untuk kendala-kendala model. Kelemahan Solver Excel dapat diatasi dengan menginisialisasi parameter-parameter mendekati nilai sebenarnya dan juga menggunakan metode *trial and error*. Keunggulan dari Solver Excel yaitu mudah digunakan dan tidak memerlukan pengetahuan pemrograman dan teori metode estimasi. Berdasarkan kelemahan dan keunggulan Solver Excel tersebut, studi ini menyatakan bahwa Solver Excel handal untuk mendapatkan nilai estimasi dari model-model GARCH. Lebih lanjut, studi ini menyimpulkan bahwa model yang diusulkan, yaitu BC(1)-GARCH(1,1), berpotensi lebih unggul daripada model dasar GARCH(1,1).

5. DAFTAR PUSTAKA

Abdalla, S. Z. S., & Winker, P. (2012). Modelling stock market volatility using univariate GARCH models: Evidence from Sudan and Egypt. *International Journal of Economics and Finance*, *4*(8), 161–176. https://doi.org/10.5539/ijef.v4n8p161

Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Streimikiene, D., & Channar, Z. A. (2018). Mean reversion in international markets: evidence from G.A.R.C.H. and half-life volatility models. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, *31*(1), 1198–1217.

Alexander, C. (2008). *Market risk analysis II: Practical financial econometrics*. *Wiley*. Chichester: John Wiley & Sons.

Atchade, Y. F., & Rosenthal, J. S. (2005). On adaptive Markov chain Monte Carlo algorithms. *Bernoulli*, *11*(5), 815–828.

Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, *52*(1–2), 5–59.

Box, G. E. P., & Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. Wiley.

Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference* (2nd ed.). Duxbury.

Chen, M.-H., & Shao, Q.-M. (1999). Monte carlo estimation of Bayesian credible and HPD intervals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, *8*(1), 69. https://doi.org/10.2307/1390921

Christoffersen, P. F. (2012). *Elements of financial risk management* (2nd ed.). New York: Academic Press.

Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, *20*(7), 873–889. https://doi.org/10.1002/jae.800

Hentschel, L. (1995). All in the family nesting symmetric and asymmetric GARCH models. *Journal of Financial Economics*, *39*(1), 71–104.

Nugroho, D. B. (2018). Comparative analysis of three MCMC methods for estimating GARCH models. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing.

Nugroho, D. B., & Morimoto, T. (2014). Realized non-linear stochastic volatility models with asymmetric effects and generalized student's t-distribution, *44*(1), 83–118.

Nugroho, D. B., Susanto, B., & Rosely, M. M. M. (2018). Penggunaan MS Excel untuk estimasi model GARCH(1,1). *Jurnal Matematika Integratif*, *14*(2), 71–81.

Teräsvirta, T. (2009). An introduction to univariate GARCH models. In T. G. Andersen, R. A. Davis, J.-P. Kreib, & T. Mikosch (Eds.), *Handbook of Financial Time Series* (pp. 17–42). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Tsiotas, G. (2009). On the use of non-linear transformations in Stochastic Volatility models. *Statistical Methods and Applications*, *18*(4), 555–583. https://doi.org/10.1007/s10260-008-0113-9

Tung, H. K. K., Lai, D. C. F., & Wong, Mi. C. S. (2010). *Professional financial computing using Excel and VBA*. Singapore: John Wiley & Sons.

Zivot, E. (2009). Practical issues in the analysis of univariate GARCH models. In T. G. Andersen, R. A. Davis, J.-P. Kreib, & T. Mikosch (Eds.), *Handbook of Financial Time Series* (p. 113). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.