

THE CHARACTERISTIC OF CRITICAL FLOW ON SLUICE GATE

Karakteristik Aliran Kritis Pada Pintu Sorong

Dua K.S.Y. Klaas

Staf pengajar Jurusan Teknik Sipil, Politeknik Negeri Kupang

e-mail: duaklaas@yahoo.com

ABSTRACT

The objective of this research is to analyse and to determine based on experiment relation among outlet depth of sluice gate, a , downstream, h_2 and upstream depths, h_1 as well as to determine the length of eddy phenomenon, L_d counted from sluice gate and its relation with discharge, Q . The research was conducted in Hydraulics Engineering Laboratory using several apparatus provided in State Polytechnics Kupang. Generally speaking, correlation among all variables used and analysed in this experiment had significant relationship, except between h_0 and Q for $a = 0,20$ cm ($R^2=0.090$), $a = 0,50$ cm ($R^2=0.436$), h_2 and Q for $a = 0,20$ cm ($R^2=0.046$) and $a = 0,40$ cm ($R^2=0.289$). the relatively small correlation value can be introduced by human or devices error during experiment. On the other hand, the highest correlation value was found between L_d and Q for $a = 0,30$ cm ($R^2=0.988$). Curve shows that Q is in line with other three variables, namely L_d , h_0 , h_1 and h_2 . Hence, the bigger the discharge, Q , the bigger L_d , h_0 , h_1 and h_2 . By using upstream depth, h_1 critical flow coefficient, c_{cr} can be determined. In addition, critical depth, h_{cr} length of eddies, L_d can be determined.

Keywords: sluice gate, critical flow

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah menguraikan serta menentukan secara analitis dan membuktikan secara eksperimental hubungan antara tinggi bukaan pintu sorong, a , dan profil muka air hilir, h_2 dan hulu, h_1 dan menentukan jarak kedalaman loncatan hidrolis, L_d , dihitung dari pintu sorong dan hubungannya dengan debit aliran, Q . Penelitian ini bersifat teoritis dan eksperimental dengan model uji test saluran terbuka segi empat di Laboratorium Hidrolika Politeknik Negeri Kupang. Secara umum korelasi antara variabel yang diukur memiliki korelasi nyata, kecuali antara h_0 dan Q untuk $a = 0,20$ cm ($R^2=0.090$), $a = 0,50$ cm ($R^2=0.436$), h_2 dan Q untuk $a = 0,20$ cm ($R^2=0.046$) dan $a = 0,40$ cm ($R^2=0.289$). Nilai korelasi yang kecil dapat disebabkan oleh karena kesalahan dalam menjalankan percobaan. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa hubungan korelasi terbesar ada pada hubungan antara komponen L_d dan Q untuk $a = 0,30$ cm ($R^2=0.988$). Kurva menunjukkan bahwa komponen Q berbanding lurus dengan tiga komponen pengukuran lainnya yaitu: L_d , h_0 , h_1 dan h_2 . Semakin besar nilai debit, Q di saluran segiempat, maka nilai L_d , h_0 , h_1 dan h_2 semakin besar. Dengan variabel kedalaman hulu, h_1 maka koefisien aliran kritis, c_{cr} dapat ditentukan. Kedalaman aliran kritis, h_{cr} , panjang olakan, L_d dan kedalaman hilir dapat ditentukan.

Kata-kata kunci: pintu sorong, aliran kritis

PENDAHULUAN

Pintu sorong (*sluice gate*) merupakan bangunan hidrolis yang sering digunakan untuk mengatur debit intake pada embung atau di saluran irigasi. Di dalam sistim saluran irigasi, pintu sorong biasanya ditempatkan pada bagian pengambilan dan bangunan bagi sadap balk itu sekunder maupun tersier. Selain itu, alat ini juga dapat digunakan pada industri misalnya di saluran pengolahan atau pembuangan. Detail pintu ini di saluran dapat dilihat pada Gambar 1.

Bangunan pengatur debit ini sering digunakan oleh karena kemudahan perencanaan dan pengoperasiannya. Dengan tinggi bukaan pintu tertentu maka akan didapatkan debit yang dimaksud. Dengan demikian variasi bukaan pintu akan mempengaruhi debit aliran dan profil muka air di bagian hilir.

Aliran yang mengalir di bawah pintu sorong dimulai dari fungsi superkritis penuh ($F > 1$) sampai pada bagian vena contracta dan dilanjutkan pada aliran berkembang sebagian dimana lapisan batas (*boundary condition*) terbentuk sampai pada aliran aliran menjadi stabil ($F < 1$) (Rao,1973). Pada kondisi aliran kritis ($F_{cr} = 1$) kedalamannya merupakan kedalaman kritis, h_{cr} .

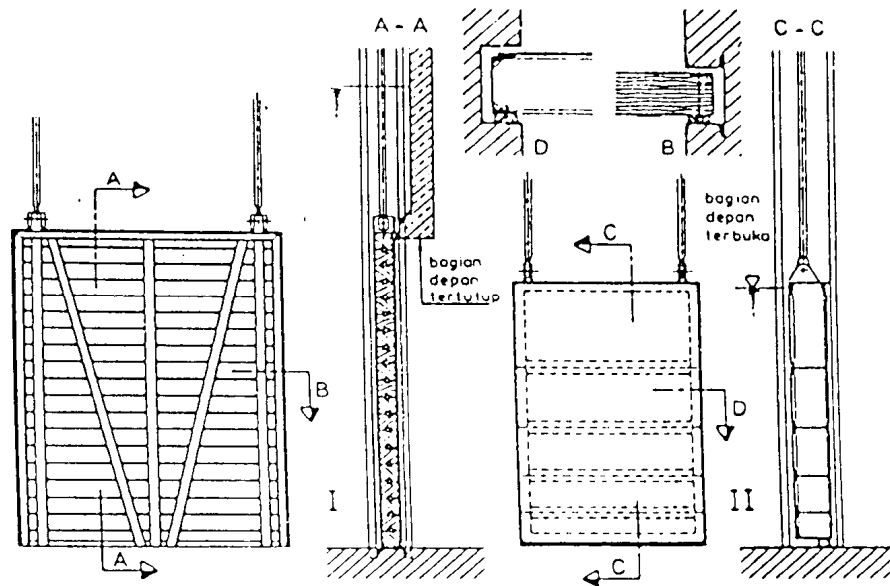
Kedalaman kritis ini merupakan salah satu komponen penentu dalam perencanaan bangunan itu sendiri (Kinori, 1970). Perhitungan kedalaman kritis yang tepat akan menghasilkan perencanaan bangunan yang efektif secara hidrolika yaitu pada pe-

rencanaan tinggi jagaan saluran dan dimensi apron hilir. Hal ini akan berimplikasi pada ketepatan perencanaan debit saluran, dan pada akhirnya akan meningkatkan efisiensi distribusi air irigasi. Selain itu perencanaan yang baik berdasarkan penentuan aliran kritis akan berdampak meningkatnya efisiensi biaya konstruksi (pemilihan jenis dan volume hahan) dan efektifitas operasional pintu bagi para petani.

Letak Batas awal aliran stabil (aliran kritis, $F_{cr} = 1$) ini perlu diidentifikasi secara teoritis dan eksperimental sebab ini merupakan salah satu komponen penentu dalam perencanaan perlakuan aliran selanjutnya.

Pada pintu sorong, penetapan besaran debit aliran dilakukan melalui operasi pintu, dimana tinggi bukaan, a , menentukan debit yang mengalir setelah pintu sorong. Pada prakteknya, acuan perencanaan bagian bangunan setelah pintu sorong didasarkan pada kedalaman kritis, h_{cr} . Contoh analisis perencanaan adalah bangunan peredam energi untuk pengaturan tinggi muka air hilir (Rice & Kern, 1993).

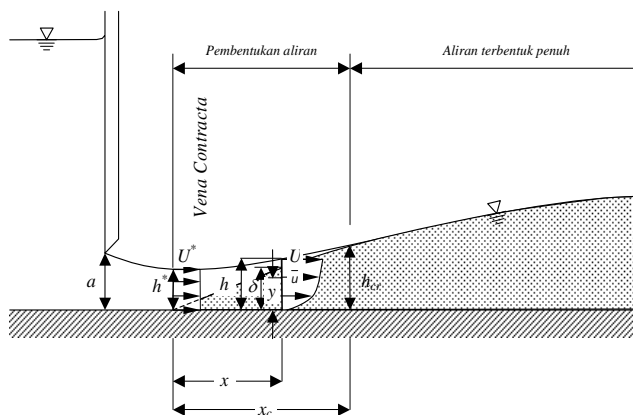
Penentuan kedalaman kritis biasanya hanya didasarkan pada estimasi debit aliran dari pintu sorong. Debit aliran pun perlu direduksi dengan faktor koreksi tanpa dimensi (Dep.PU, 1986). Sehingga perhitungan kedalaman kritis berdasarkan debit aliran kurang praktis digunakan pengguna awam misalnya petani. Pengguna perlu menetapkan asumsi faktor koreksi berdasarkan grafik sebelum mendapatkan besaran debit di saluran.



Gambar 1. Pintu sorong dan detail teknisnya (Dep.PU, 1986)

Penelitian ini bertujuan untuk mencari perhitungan alternatif yang dapat digunakan untuk menentukan kedalaman kritis tanpa perlu melakukan perhitungan besaran debit sebelumnya. Alternatif perhitungannya adalah dengan menggunakan variabel bukaan pintu sorong. Dengan demikian, secara praktis input persamaan adalah tinggi bukaan untuk menghasilkan output berupa kedalaman kritis.

Penelitian Rajaratnam (1977) menyebutkan lokasi vena contracta sebagai fungsi dari tinggi bukaan pintu (lihat Gambar 2). Kemudian penelitian Ohtsu dan Yasuda (1994) menyimpulkan jarak lapisan batas (*boundary layer*) dari titik vena contracta terhadap profil aliran superkritis. Dengan demikian diduga bahwa secara analitis tinggi bukaan pintu sorong menentukan profil muka air hilir pintu demikian pula dengan kedalaman kritisnya. Untuk mendukung hipotesa ini perlu dilakukan analisis teoritis dan eksperimental mengenai hubungan antara tinggi bukaan pintu sorong dan kedalaman kritisnya. Analisis teoritis didasarkan pada tinjauan pustaka yang kemudian diuji melalui uji model fisik hidrolik.



Gambar 2. Sketsa aliran melalui bawah pintu sorong (Ohtsu,1994)

LANDASAN TEORI

Aliran melalui bawah pintu sorong

Pola aliran yang melalui bawah pintu sorong adalah tampak seperti pada Gambar 2. Jika persamaan Bernoulli digunakan sepanjang aliran antara $x = 0$ dan $x = x$ maka didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\frac{U^{*2}}{2g} + h^* = \frac{U^2}{2g} + h \quad (1)$$

dimana:

U^* = kecepatan pada bagian vena contracta (m/detik)

U = kecepatan pada titik $x = x$ (m/detik)

h^* = kedalaman pada bagian vena contracta (m)

h = kedalaman pada titik $x = x$ (m)

Dalam bentuk tanpa dimensi dari (1) didapatkan:

$$\frac{h^*}{h} = \frac{1}{2} F^2 (J^2 - 1) + 1 \quad (2)$$

dimana:

F = bilangan froude pada titik $x = x$

$$= \frac{U}{\sqrt{g \cdot h}}$$

$$J = \frac{U^*}{U}$$

Energi spesifik dan kedalaman kritis

Dalam penampang saluran, energi spesifik, E, dinyatakan sebagai energi air setiap pon pada setiap penampang saluran. Untuk saluran dengan kemiringan kecil energi spesifik dinyatakan sebagai berikut (Chow, 1985):

$$E = h + \frac{U^2}{2g} \tag{3}$$

Sehingga untuk suatu penampang saluran dan debit, Q, tertentu energi spesifik merupakan fungsi dari kedalaman aliran sebagaimana ditunjukkan dalam gambar lengkung energi spesifik di Gambar 3.

Karena $U = Q / A$, maka dari persamaan (1) didapatkan:

$$E = h + \frac{Q^2}{2g A^2} \tag{4}$$

Jika Q konstan dan didiferensialkan terhadap h maka dari (4) didapatkan:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dh} \tag{5}$$

atau:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{g A^3} \tag{6}$$

atau:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{U^2}{g \cdot \frac{A}{B}} \tag{7}$$

Dengan menganggap kedalaman rerata hidrolik, $D = A / B$, maka dari (7) didapatkan:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{U^2}{g \cdot D} \tag{8}$$

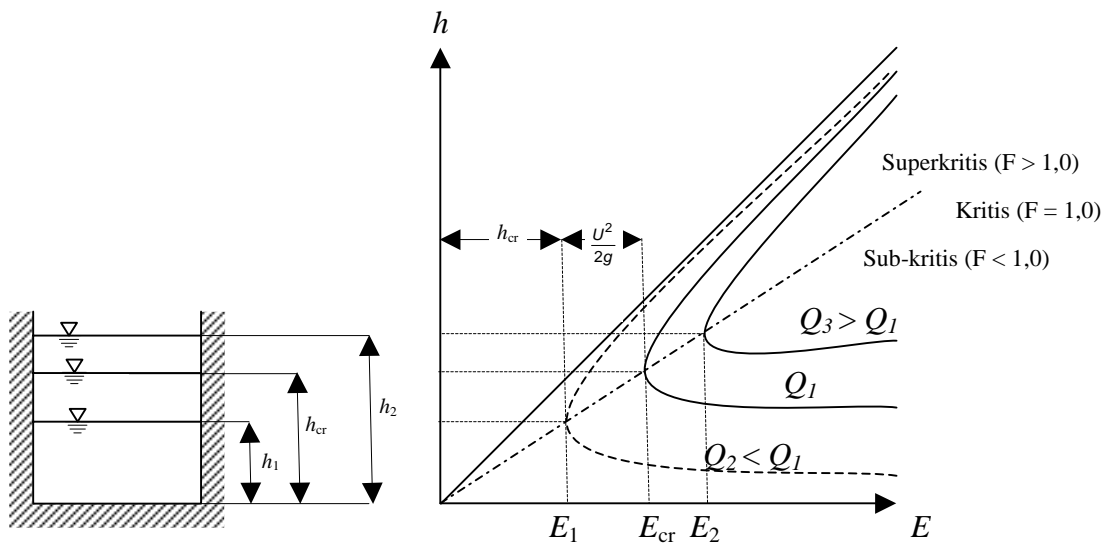
Pada keadaan $dE / dh = 0$, akan didapatkan E minimum yaitu pada saat:

$$\frac{U^2}{2 \cdot g} = \frac{D}{2} \tag{9}$$

Oleh karena bilangan Froude, $F = U / \sqrt{g \cdot h}$ maka dari (10) didapatkan:

$$\frac{U^2}{\sqrt{g \cdot D}} = F = 1 \tag{10}$$

Untuk saluran segi empat $D = h$, maka:



Gambar 3. Lengkung energi spesifik

$$U = \sqrt{g \cdot h} \quad (11)$$

$$a = \frac{h^*}{0,64} \quad (13)$$

Pada kondisi kritis, dari (1) dan (11) didapatkan:

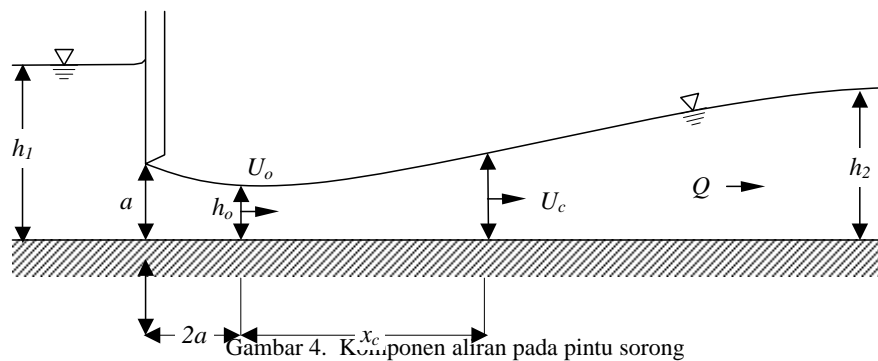
$$\frac{h^*}{h_{cr}} = \frac{1}{2} F_{cr}^2 \left(\frac{U^{*2}}{U_{cr}^2} - 1 \right) + 1 \quad (12)$$

Rajaratnam (1977) menentukan hubungan antara a dan h_0 sebagai berikut:

Dengan demikian hubungan antara kedalaman kritis dan tinggi bukaan pintu sorong mengikuti fungsi:

$$\frac{a}{h_{cr}} = f \left(\frac{U^{*2}}{U_{cr}^2} \right) \quad (14)$$

Fungsi ini akan selanjutnya dijabarkan dalam analisis teoritis dan kemudian diuji dengan analisis eksperimental yaitu dengan model fisik hidrolis. Beberapa parameter hidrolis pada bangunan ini ditunjukkan pada gambar di bawah.



Gambar 4. Komponen aliran pada pintu sorong

Model fisik hidrolis

Model fisik dapat diartikan sebagai suatu model bangunan yang dibuat dengan dimensi diperkecil dari dimensi sesungguhnya. Di bawah adalah prinsip-prinsip kesebangunan yang digunakan dalam model fisik hidrolis (Stern, 1999):

a. Kesebangunan geometris

Kesebangunan geometris atau yang biasa juga disebut sebangun bentuk adalah jika perbandingan dari semua dimensi yang berkaitan antara model dan prototipe sama besar. Untuk dimensi luas, A , karena komponen fisiknya adalah panjang, L dan L adalah faktor skala untuk panjang maka kesebangunan geometrisnya adalah:

$$\frac{A_{model}}{A_{prototype}} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = \lambda_L^2 \quad (15)$$

b. Kesebangunan kinematis

Kesebangunan kinematis adalah kesebangunan dalam gerakan dan waktu. Bila suatu benda bergerak dalam waktu tertentu sebangun geometrik, dimana perbandingan kecepatan dari partikel yang homolog sama besar. Perbandingan-perbandingan yang biasa digunakan pada perhitungan kesebangunan kinematis antara lain:

$$\text{Kecepatan} \quad \frac{U_m}{U_p} = \frac{L_m / T_m}{L_p / T_p} = \frac{\lambda_L}{\lambda_T} = \lambda_U$$

$$\text{Debit} \quad \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3 / T_m}{L_p^3 / T_p} = \frac{\lambda_L^3}{\lambda_T} = \lambda_Q$$

c. Kesebangunan dinamis

Kesebangunan dinamis berlaku jika rasio dari gaya antara model dan prototipe sama dalam sistem yang sama secara geometris dan kinematis. Prinsip ini dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Gaya} \quad \frac{F_m}{F_p} &= \frac{M_m \cdot a_m}{M_p \cdot a_p} = \frac{\rho_m L_m^3}{\rho_p L_p^3} \times \frac{\lambda_L}{\lambda_T^2} \\ &= \lambda_\rho \cdot \lambda_L^2 \left(\frac{\lambda_L}{\lambda_T} \right)^2 = \lambda_\rho \cdot \lambda_L^2 \cdot \lambda_U^2 \end{aligned}$$

Skala model

Skala model merupakan perbandingan antara nilai masing-masing parameter yang ada pada prototipe dan nilai masing-masing parameter yang ada pada model. Skala model sama adalah skala yang digunakan pada model fisik mempunyai perbandingan skala mendatar dan skala tegak yang sama. Sedangkan untuk skala model tidak sama adalah sebaliknya dimana perbandingan skala tegak dan skala mendatar tidak sama. Prinsip dari pembuatan skala pada dasarnya adalah membentuk kembali masalah yang terjadi pada prototipe dengan suatu angka pembanding, sehingga kejadian pada model akan sebangun dengan kejadian pada prototipe. Agar didapat aliran yang sama antara model dan prototipe, maka (Stern, 1999):

$$\frac{U_m}{U_p} = \frac{\sqrt{L_m}}{\sqrt{L_p}} \quad (16)$$

(direct observation) di Laboratorium Hidrolika Jurusan Teknik Sipil Politeknik Negeri Kupang.

Peralatan

Penelitian ini menggunakan peralatan yang tersedia pada Laboratorium Hidrolika Jurusan Teknik Sipil Politeknik Negeri Kupang serta model terjunan buatan. Alat-alat yang akan digunakan adalah

- (1) Model saluran terbuka (*Flume tank*), berupa satu unit alat ukur fenomena hidrolika terintegrasi yang dapat mengalirkan air secara sirkulatif melalui pompa. Penampang aliran dapat dilihat dengan jelas saat air mengalir melalui saluran segiempat berukuran 0,075 x 6 m yang terbuat dari kaca. Alat pendukung dalam satu unit flume tank ini adalah pintu sorong, pengatur muka air hilir, bak penampung bawah, pompa air dan keran pengatur (lihat Gambar 5).
- (2) Model bangunan tegak lurus dengan pelindung karet di kedua sisi sampingnya (lihat gambar 6 di bawah).

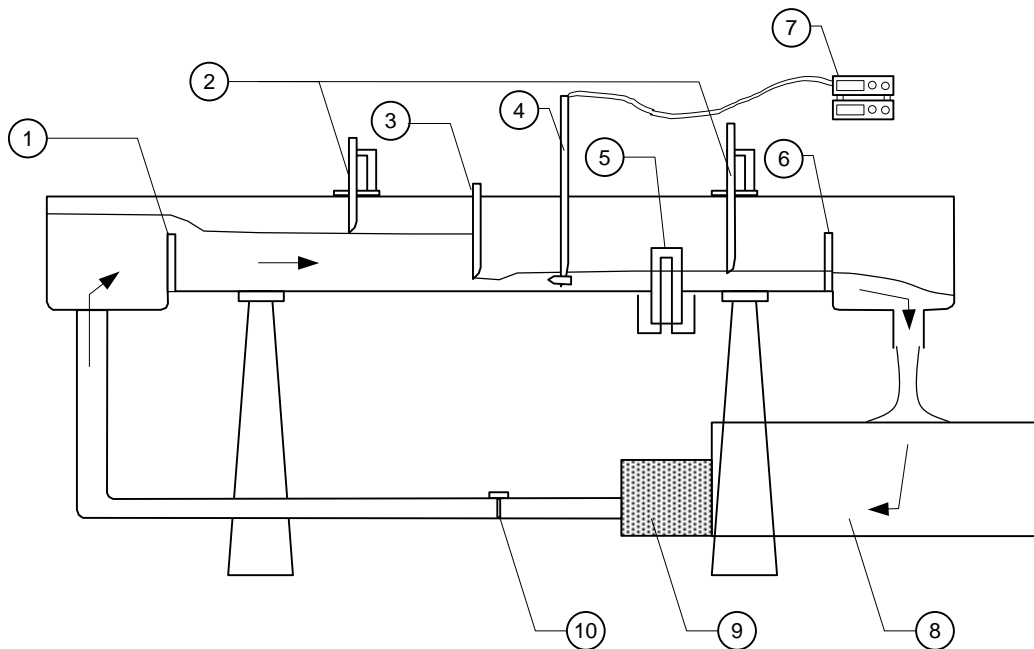
METODE PENELITIAN

Lingkup penelitian

Penelitian ini bersifat teoritis dan eksperimental. Analisis teoritis didasarkan pada kajian pustaka (*literature review*) atas beberapa tulisan ilmiah yang dimuat di jurnal dan buku referensi sebagaimana tertera di halaman Daftar Pustaka. Hasil analisis teoritis kemudian diuji dengan uji model fisik hidrolik di laboratorium.

Data

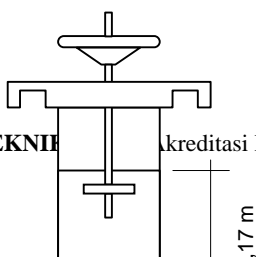
Data yang digunakan untuk keperluan analisis eksperimental dalam penelitian ini adalah data primer hasil analisis langsung



Gambar 5. Sketsa flume tank dan alat percobaan pendukung lainnya

Keterangan:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| 1. Peluap cipoletti | 2. Point gauge |
| 3. Model pintu sorong | 4. Current meter |
| 5. Venturi meter | 6. Pengatur muka air hilir |
| 7. Alat ukur kecepatan digital | 8. Bak penampung bawah |
| 9. Pompa air | 10. Keran pengatur |



Gambar 6. Model bangunan tegak lurus

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kalibrasi dan kurva debit

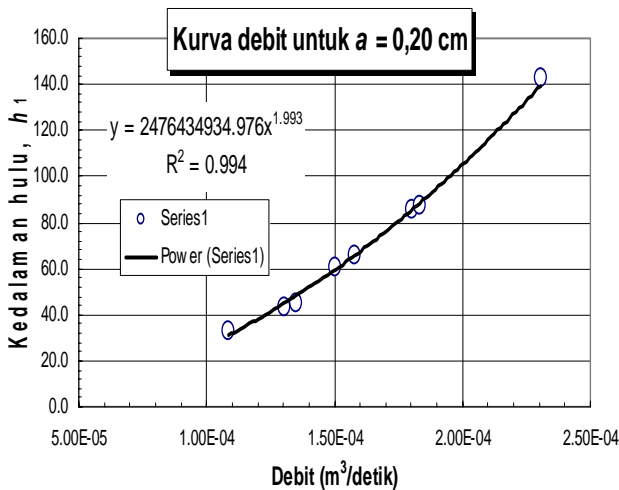
Kalibrasi debit dilakukan untuk menentukan debit rerata untuk setiap kali pengukuran. Pengukuran debit dengan bejana ukur dan pencatat waktu digital dilakukan sebanyak 6 – 8 kali untuk setiap debit. Hasil kalibrasi debit untuk masing-masing bukaan pintu dapat dilihat pada gambar grafik di bawah.

Analisis hidrolika

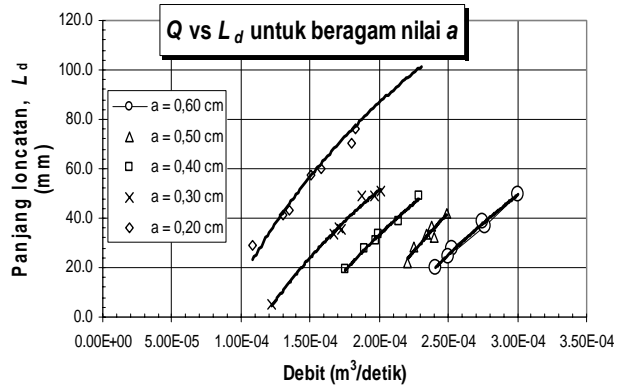
Dari semua data yang didapatkan, variabel pengukuran kemudian diplot pada grafik. Hasil pengeplotan dapat dilihat pada hubungan antara beberapa variabel hidrolika di bawah.

- Hubungan debit dan panjang loncatan hidrolik

Grafik hubungan antara debit, Q , dan panjang loncatan hidrolik, L_d untuk beragam bukaan pintu sorong adalah sebagai berikut.



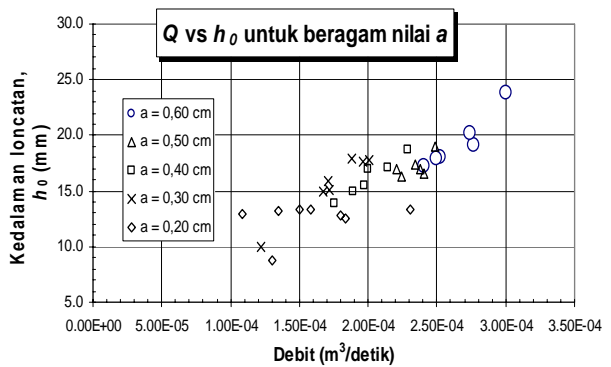
Gambar 3. Kurva debit



Gambar 4. Kurva debit vs panjang loncatan hidrolik untuk beragam nilai a

- Hubungan debit dan kedalaman loncatan hidrolik

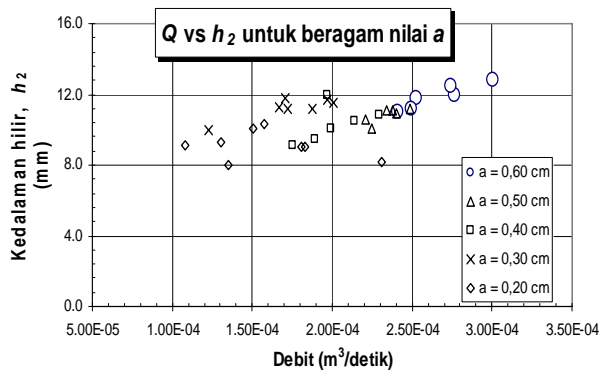
Grafik hubungan antara debit, Q , dan kedalaman loncatan hidrolik, h_0 untuk beragam bukaan pintu sorong adalah sebagai berikut.



Gambar 5. Kurva debit vs kedalaman loncatan hidrolik untuk beragam nilai a

- Hubungan debit dan kedalaman hilir

Grafik hubungan antara debit, Q , dan kedalaman hilir, h_2 untuk beragam bukaan pintu sorong adalah sebagai berikut



Gambar 6. Kurva debit vs kedalaman hilir untuk beragam nilai a

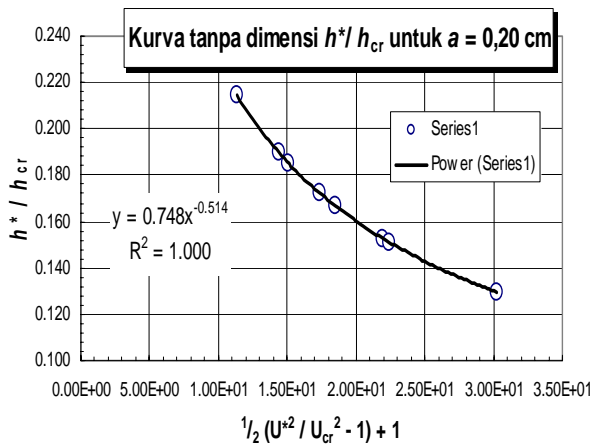
Analisis aliran kritis

Dengan mengikuti persamaan (13) didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 1. Analisis aliran kritis untuk a = 0,20 cm

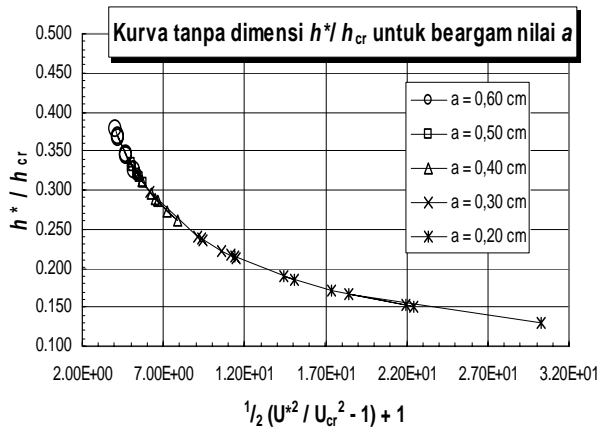
| Q_n | h_{cr} (m) | U_{cr} (m/detik) | h^* (m) | U^* (m/detik) | U^2/U_{cr}^2 | h^*/h_{cr} | $1/2(h^*/h_{cr})-1)+1$ |
|-------|-----------------|-----------------------|--------------|--------------------|----------------|--------------|------------------------|
| I | 0.00988 | 0.311 | 0.0013 | 2.4015 | 59.52998 | 0.130 | 30.265 |
| II | 0.00767 | 0.274 | 0.0013 | 1.6441 | 35.91983 | 0.167 | 18.460 |
| III | 0.00839 | 0.287 | 0.0013 | 1.8788 | 42.91378 | 0.153 | 21.957 |
| IV | 0.00847 | 0.288 | 0.0013 | 1.9084 | 43.81811 | 0.151 | 22.409 |
| V | 0.00743 | 0.270 | 0.0013 | 1.5673 | 33.69880 | 0.172 | 17.349 |
| VI | 0.00675 | 0.257 | 0.0013 | 1.3559 | 27.77834 | 0.190 | 14.389 |
| VII | 0.00692 | 0.261 | 0.0013 | 1.4083 | 29.21943 | 0.185 | 15.110 |
| VIII | 0.00597 | 0.242 | 0.0013 | 1.1287 | 21.75228 | 0.214 | 11.376 |

Dari tabel-1 untuk a = 0,20 cm di atas didapatkan kurva sebagai berikut.



Gambar 7. Kurva tanpa dimensi h^*/h_{cr} untuk beragam nilai a = 0,20 cm

Kurva untuk setiap nilai a dapat dilihat pada lampiran. Sedangkan untuk beragam nilai a, didapatkan kurva sebagai berikut.



Gambar 8. Kurva tanpa dimensi h^*/h_{cr} untuk beragam nilai a

Dengan jika persamaan (12) ditulis ulang:

$$\frac{h^*}{h_{cr}} = \frac{1}{2} F_{cr}^2 \left(\frac{U^{*2}}{U_{cr}^2} - 1 \right) + 1 \quad (17)$$

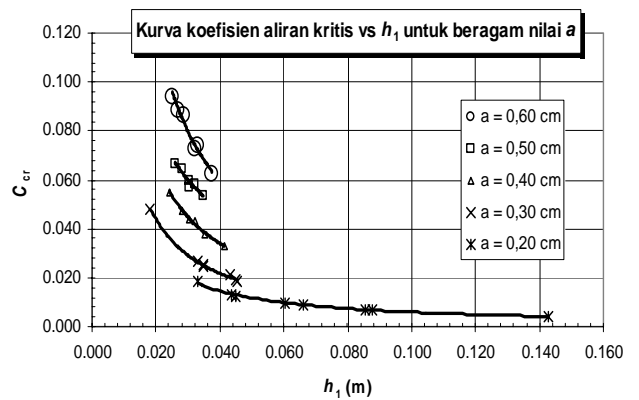
dan dibandingkan kurva di atas maka kita dapat menempatkan sebuah koefisien penyesuai yang disebut dengan koefisien aliran kritis, c_{cr} yaitu:

$$\frac{h^*}{h_{cr}} = c_{cr} \cdot \left(\frac{1}{2} F_{cr}^2 \left(\frac{U^{*2}}{U_{cr}^2} - 1 \right) + 1 \right) \quad (18)$$

Dengan demikian dengan memasukkan persamaan (14) dan karena aliran dalam kondisi kritis $F_{cr} = 1$, nilai kedalaman kritis yang dicari dapat didapatkan dengan persamaan:

$$h_{cr} = \frac{0,64 \cdot a}{c_{cr} \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{U^{*2}}{U_{cr}^2} - 1 \right) + 1 \right)} \quad (19)$$

Dengan demikian untuk setiap nilai a didapatkan kurva koefisien aliran kritis tertentu sebagaimana terlihat pada gambar di bawah.



Gambar 9. Kurva koefisien aliran kritis vs h_1 untuk beragam nilai a

Dari kurva di atas maka dengan variabel kedalaman hulu, h_1 maka koefisien aliran kritis, c_{cr} dapat ditentukan. Dengan demikian

maka variabel lainnya seperti kedalaman aliran kritis, h_{cr} panjang olakan, L_d dan kedalaman hilir, dapat ditentukan.

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan beberapa hal, sbb.:

1. Secara umum korelasi antara variabel yang diukur memiliki korelasi nyata, kecuali antara h_0 dan Q untuk $a = 0,20$ cm ($R^2=0,090$), $a = 0,50$ cm ($R^2=0,436$), h_2 dan Q untuk $a = 0,20$ cm ($R^2=0,046$) dan $a = 0,40$ cm ($R^2=0,289$).
2. Nilai korelasi yang kecil dapat disebabkan oleh karena kesalahan dalam menjalankan percobaan.
3. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa hubungan korelasi terbesar ada pada hubungan antara komponen L_d dan Q untuk $a = 0,30$ cm ($R^2=0,988$).
4. Kurva menunjukkan bahwa komponen Q berbanding lurus dengan tiga komponen pengukuran lainnya yaitu: L_d , h_0 , h_1 dan h_2 .
5. Semakin besar nilai debit, Q di saluran segiempat, maka nilai L_d , h_0 , h_1 dan h_2 semakin besar.
6. Dengan variabel kedalaman hulu, h_1 maka koefisien aliran kritis, c_{cr} dapat ditentukan.
7. Kedalaman aliran kritis, h_{cr} , panjang olakan, L_d dan kedalaman hilir, dapat ditentukan berdasarkan gambar 8, 9 dan 10.

DAFTAR PUSTAKA

- Chow, Ven Te, 1985, *Energi spesifik dalam Hidrolika Saluran Terbuka*, 37-39, Erlangga, Jakarta.
- Dep.PU, 1986, *Standar perencanaan irigasi: Kriteria perencanaan bangunan utama*, 84-88, Dirjen Pengairan, Departemen Pekerjaan Umum. Galang Persada, Bandung.
- Hifni, H.M., 1993, *Metode Statistika*, 187-195, Fakultas Teknik Unibraw, Malang.
- Ohtsu, Iwao & Youichi Yasuda, 1994, Characteristic of Supercritical Flow Below Sluice Gate, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 120 (3).332-346.
- Rajaratnam, N., 1977, Free Flow Immediately Below Sluice Gate, *Journal of Hydr.Div*, ASCE, 103 (4), 345-351.
- Rao, P.V. (1973). Boundary Layer Effects on Hydraulic Jump Location, diskusi oleh E.Wilson dan A. Turner, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 99 (7).1172-1173.
- Rice, E. Charles & Kern C. Kadavy (1993). Protection Against Scour at SAF Stilling Basins. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 119 (1).133-139.
- Stern, Fred (1999). *Dimensional Analysis and Similitude dalam Mechanics of Fluids and Transport Processes* (Bab 8). Leeds University. Leeds-UK.