

THE BEHAVIOUR ANALISIS SHOCKWAVE WITH FINITE VOLUME METHODE

ANALISIS PERILAKU GELOMBANG KEJUT DENGAN CARA VOLUME HINGGA

Nugroho Widiasmadi

Staf Edukasi di UNWAHAS dan mengajar Dinamika Fluida di berbagai Perguruan Tinggi

E-mail: nugroho_w@gmail.com

ABSTRACT

In this research describe elementary properties of the shallow water equations. Most of this reseach is devoted to the time dependent case but also included is the eigenstructure of the steady supercritical two-dimensional equations. Use is made of some basic mathematical concepts related to the there of hyperbolic conservation laws. In order to make the chapter reasonably self-contained, we recall appropriate difinitions as they are required, with reverence to textbook that contain a more complete presentation of these concepts. After recalling the governing equations, we describe in complete detail the eigenstructure of the time dependent equations in this research. This is followed by the determination of the hyperbiolic character of the equation and nature of their characteristic fields. So-called dam-break problem as a prelude to the difinition of the Riemann problem; in this section we also describe the elementary wave solutions of the Riemann problem. We discuss the importance of formulating the equation in conservative form, in the presence of shock waves. The rotational invariance property of the equations is proved in this research, while in section this chapter we describe the eigenstructure of the two-dimensional steady supercritical shallow water equations. The shallow water wave's equation represents rapid unsteady flow frequently attended by shock waves. For shock phenomena, the influence of bottom friction may be assumed marginal, as the bottom width where shock arises is relatively very thin compared to the scale of the flow domain. However, the energy loss across the shock is significant.

Key words : elementary properties, Manning, hyperbolic conservation shallow water, homogeneous, shock, sources, sinks.

ABSTRAK

Dalam penelitian ini digambarkan propertis dasar persamaan air dangkal. Sebagian dari penelitian ini ditujukan pada kasus yang tergantung pada waktu tetapi juga struktur eigen pada persamaan superkritis dua dimensi yang stabil. Analisis dengan menggunakan beberapa konsep dasar matematika yang berhubungan dengan hukum kekekalan hiperbola. Untuk membuat penjelasan yang logis, beberapa definisi diperlukan dengan berdasar pada referensi buku-buku yang berisikan konsep yang lebih lengkap. Setelah menggunakan persamaan dasar, kemudian dijelaskan secara detail persamaan struktur eigen yang tergantung pada waktu pada penelitian ini. Ini diikuti dengan penentuan karakter hiperbola dari persamaan dan karakteristik data di lapangan. Dengan menamakannya dam-break sebagai pendahuluan pada definisi Riemann; di penelitian ini juga digambarkan solusi gelombang Riemann. Dalam makalah ini dibahas formulasi penting dari persamaan dalam bentuk yang konservatif, dengan munculnya gelombang kejut. Propertis invarian rotasi dari persamaan dibuktikan dalam penelitian ini, dimana pada bagian lain digambarkan struktur eigen dari persamaan stabil superkritis air dangkal. Persamaan gelombang air dangkal memperlihatkan aliran tidak stabil yang cepat akibat gelombang kejut. Untuk fenomena kejut, pengaruh gesekan dasar mungkin diasumsikan kecil, karena lebar dasar dimana kejut muncul sangat tipis dibandingkan dengan skala aliran. Akan tetapi, energi yang hilang di sepanjang kejutan sangat signifikan.

Kata-kata Kunci: sifat-sifat dasar, Manning, Konservasi hiperbolik perairan dangkal, keseragaman, kejut, sumber, tenggelam.

PENDAHULUAN

Persamaan pengaturan dari model fisika aliran tak mampat, dengan permukaan terbuka dan aliran mulus (*smooth flow*) adalah St. Venant, dimana percepatan vertikal diabaikan yang menyiratkan agihan tekanan hidrostatis sepanjang kedalaman aliran dan permukaan yang datar dan mulus (*tanpa kejut*). Dari segi matematika, persamaan ini termasuk dalam kelompok persamaan diferensial terpilah harkat satu, hiperbolik nir lempang. Teknik penyelesaian kiwari (*contemporary*) adalah dengan cara numerik selisih hingga, unsur hingga dan volume hingga. Perbedaan dari ketiga pendekatan numerik akan dirangkum di bawah ini.

Pendekatan numerik selisih hingga (CSH), seluruh turunan-turunan kisaran-kisaran hidrodinamik (*derivatives of the hydrodynamic variabel*) dihipir oleh selisih hingga antara dua titik yang berdekatan dalam medan aliran. Hampiran ini dilakukan dengan memekarkan (*expansion*) turunan kisaran dengan deret Taylor untuk nilai pada titik kisi ($i+1$) dengan mengacu pada nilai pada titik kisi i . Titik-titik ini dibentuk oleh kisi-kisi di dalam ruang fisik aliran. Hampiran CSH telah merupakan ungulan dalam komputasi hidrodinamika.

Hampiran dengan cara unsur hingga (*finite element method*) dimana tatar-aliran (*flow domain*) dikepingkan menjadi

unsur-unsur hingga (*finite element*) yang tumpang tindih dan rapat (tidak bercelah) dan persamaan St. Venant diberlakukan untuk setiap unsur hingga. Unsur-unsur hingga terdiri dari titik-titik unsur yang disebut simpul (*nodes*). Kisar-kisar hidrodinamik dan parameter aliran (kemiringan dasar saluran, kekerasan, dst) yang dikandung oleh persamaan diferensial diinterpolasikan untuk setiap titik dalam unsur dengan polynomial. Hasil interpolasi lempang atau kuadratik disebut fungsi rupa (*shape function*), fungsi coba (*trial function*), atau fungsi basis (*basis function*). Untuk aliran tiga matra, maka tatar aliran dikepingkan menjadi unsur volume; untuk aliran dua-matra menjadi keping dua matra, dan untuk tatar aliran satu-matra. Kelebihan utama dari CUH adalah kemampuan untuk menangani batas yang tidak teratur (aliran dua matra) dan pemurnian kisi (*grid refinement*).

METODOLOGI

Fokus dari penelitian ini ada dua: pertama adalah pada penyertaan sumber, dan pengendalian algoritma di mana sumber dianggap kecil pengaruhnya dibandingkan dengan suku-suku lainnya dalam persamaan St. Venant yang dituangkan dalam bentuk konservatif, atau Riemann takubah semu. Suku sumber mengakibatkan persamaan pengatur tidak serbasama (*homoge-*

neous). Karena itu kehadiran sumber mengakibatkan bentuk persamaan divergen, tidak murni bentuk konservatif. Untuk menggunakan penyelesaian Riemann, maka persamaan yang tak serbasama ini terlebih dahulu harus dilintastentuk menjadi serbasama, a.l. dengan memisalkan suku sumber tetap, yang nilainya diperoleh dari penyelesaian waktu yang barulalu. Tetapi karena matrix Jacobi A tidak simetri, maka pelintas bentukan ini merupakan suatu soal yang menarik yang belum ada yang mencobanya.

Selanjutnya untuk geometri yang tidak teratur, program pembangkitan kisi (*grid generation*) yang merupakan sub-program dalam cara dalam unsur hingga dapat digunakan bila hitungan berbaris volume hingga. Karena penyelesaian Riemann dengan teknik Godunov menjelaskan bahwa ketidakmulusan terjadi pada antarmuka dua unsur yang berdampingan, maka persamaan hiperbolik nir-serbasama (*inhomogeneous*) di mana sumber harus diperhitungkan dihilangkan dengan pelempeangan lengkung karakteristik, maka simulasi menjadi perkiraan arus (*flux estimation*) melalui bidang antar muka sel yang pada gilirannya merupakan soal Riemann satu-matra.

Jadi seluruh penyelesaian hidrodinamika disederhanakan menjadi soal arus vector U melalui antarmuka sel-sel, mulus atau tidak mulus! Dengan mengubah seluruh soal menjadi soal Riemann, maka diperlukan suku sumber yang mengandung gaya gravitasi dan gesekan, karena kita bekerja dengan rumusan ketakubahan Riemann (*Riemann invariants*). Semua model matematika yang tersedia hanya untuk alur prismatic. Alur sungai pada umumnya tidak prismatic, karena itu terlebih dahulu perlu direkayasa menjadi alur prismatic. Dari segi model matematika, alur prismatic dapat lebih mudah dimodelkan ketimbang yang tidak. Pengalaman membuktikan bahwa pemodelan alur prismatic cukup cermat.

ANALISIS

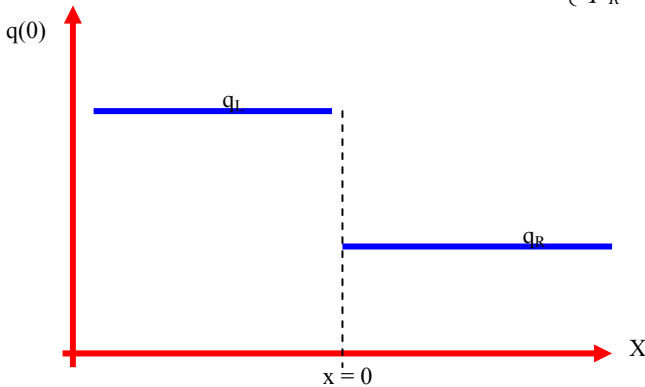
Dengan menggunakan Hampiran Riemann untuk Bendung Runthut maka pada aliran tunak satu matra dengan suatu pendekatan konvensional yang mempunyai data awal mengandung dua variabel yaitu W_L (kiri) dan W_R (kanan) akan dipisahkan oleh ketidak-kontinyuan pada posisi $x = x_0$. Pendekatan ini untuk persamaan lempang skalar dengan laju perambatan gelombang λ yang konstan pada suatu nilai awal :

$$\left. \begin{aligned} \text{Pers Deferensia } I &= \partial_t q + \lambda \partial_x q = 0 \\ \text{Kondisi Awal} &= q(x,0) = q^{(0)}(x) = \begin{cases} q_L & \text{jika } x < 0 \\ q_R & \text{jika } x > 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} (1)$$

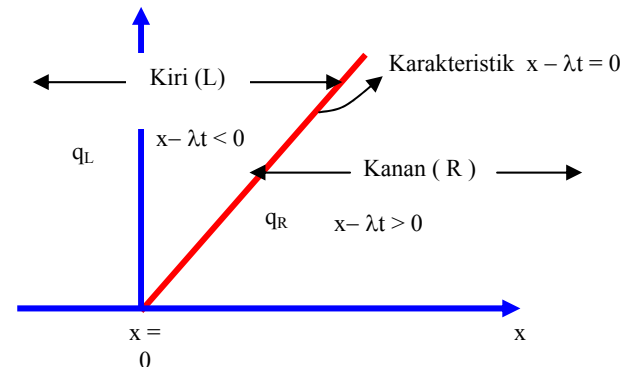
Dimana q_L (kiri) dan q_R (kanan) adalah dua konstanta sebagai mana diperlihatkan dalam Gambar 1. Kondisi awal mempunyai ketidak kontinyuan pada $x=0$. Kasus sederhana akan dihasilkan pada saat $q_L=q_R$. Dari uraian sebelumnya dan dari kondisi nilai awal secara umum, beberapa bagian pada profile awal terbentuk dengan jarak $d=\lambda t$ sebagai penyebaran gelombang dalam waktu t , dimana posisi awal ketidak kontinyuan pada koordinat $x=0$.

Karakteristik kurva utama adalah $x=\lambda t$ kemudian sifat kurva tersebut menyebar ke arah kiri, yang mana penyelesaiannya diambil dari nilai q_L . Dan dari kurva sisi kanan, yang mana penyelesaian diambil kurva q_R lihat gambar 1. Kemudian penyelesaian (1) adalah secara sederhana dari hampiran ini dapat ditulis sebagai berikut :

$$q(x,t) = q^{(0)}(x - \lambda t) = \begin{cases} q_L & \text{jika } x - \lambda t < 0 \\ q_R & \text{jika } x - \lambda t > 0 \end{cases} (2)$$



Gambar 1. Pada waktu awal, data mengandung dua konstanta penyebaran oleh ketidak kontinyuan $x = 0$



Gambar 2. Bidang $x - t$ untuk persamaan pangkat 1 dengan laju karakteristik positive λ

Pendekatan ini untuk persamaan lempang memberikan :

$$\left. \begin{aligned} \text{Pers Deferensia } I &= \mathbf{W}_t + \hat{\mathbf{A}} \mathbf{W}_x = 0 \\ \text{Kondisi Awal} &= \mathbf{W}^{(0)}(x) = \begin{bmatrix} w_1(x) \\ w_2(x) \end{bmatrix} = \begin{cases} \mathbf{W}_L = \begin{bmatrix} w_{1L} \\ w_{2L} \end{bmatrix}, & x < 0 \\ \mathbf{W}_R = \begin{bmatrix} w_{1R} \\ w_{2R} \end{bmatrix}, & x > 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} (3)$$

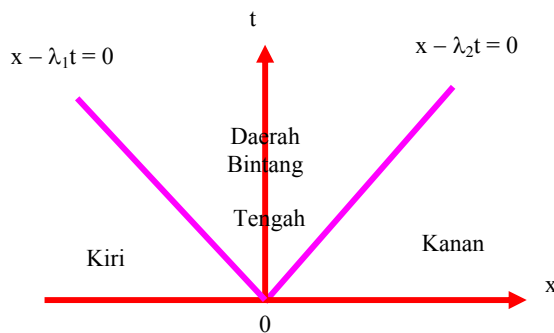
Susunan dengan hampiran ini diilustrasikan dengan gambar 2 dalam bidang $x-t$. Ada dua jenis gelombang yang akan muncul dan terpisah pada bidang $x-t$ kedalam 3 daerah yaitu meliputi : *daerah kiri*, *daerah tengah* dan *daerah kanan*. Menurut hampiran Riemann bahwa Laju gelombang disamakan dengan laju karakteristik λ_1 dan λ_2 yang didapat dari nilai Eigen pada pembahasan sebelumnya dari sistem tersebut.

Penyelesaian $q(x, t) = q^{(0)}(x - \lambda t)$. Persamaan $q^{(0)}(x - \lambda t) = q_L$ terdapat dalam daerah kiri, lihat gambar 2, karena nilai $x - \lambda t < 0$ dan selanjutnya persamaan $q^{(0)}(x - \lambda t) = q_R$ terdapat dalam

daerah kanan yang mana nilai $x - \lambda t > 0$. Penyelesaian dengan pendekatan ini dapat ditunjukkan dalam bidang $x-t$, sebagai diperlihatkan dalam gambar 1.

Hubungannya kurva karakteristik tersebut adalah didefinisikan oleh $x - \lambda_1 t = 0$ dan $x - \lambda_2 t = 0$, masing-masing dapat ditulis sebagai persamaan 4. Penyelesaian secara lengkap (3) sekarang didapat secara langsung dari penyelesaian pada nilai awal secara umum. Catatan bahwa dalam mengevaluasi penyelesaian $w_1(x, t)$ dalam daerah *Kiri* (L) dan akan didapat seperti pada persamaan 5:

$$\left. \begin{aligned} \text{Daerah Kiri} &= x - \lambda_1 t < 0 \quad \& \quad x - \lambda_2 t < 0 \\ \text{Daerah Tengah} &= x - \lambda_1 t > 0 \quad \& \quad x - \lambda_2 t < 0 \\ \text{Daerah Kanan} &= x - \lambda_1 t > 0 \quad \& \quad x - \lambda_2 t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$



Gambar 3. Susunan untuk sistem 2×2

$$\left. \begin{aligned} w_1^{(0)}(x - \lambda_1 t) &= w_{1L}, & w_1^{(0)}(x - \lambda_2 t) &= w_{1L} \\ w_2^{(0)}(x - \lambda_1 t) &= w_{2L}, & w_2^{(0)}(x - \lambda_2 t) &= w_{2L} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Secara meyakinkan dalam persamaan (4) nilai $x - \lambda_1 t < 0$ dan $x - \lambda_2 t > 0$. Dengan cara yang sama dapat dievaluasi untuk nilai $w_2(x, t)$. Penyelesaian untuk $w_1(x, t)$ dan $w_2(x, t)$ dalam daerah *Kiri* adalah $w_1(x, t) = w_{1L}$, dan $w_2(x, t) = w_{2L}$. Dengan cara yang sama dapat ditinjau penyelesaian untuk $w_1(x, t)$ dan $w_2(x, t)$ pada daerah *Kanan* (R), yaitu $w_1(x, t) = w_{1R}$, $w_2(x, t) = w_{2R}$. Daerah

yang cukup penting untuk di evaluasi adalah daerah *tengah* (M), yang mana terletak diantara dua gelombang dan dalam pendekatan ini diberi nama *daerah bintang* atau *peralihan* lihat Gambar 3. Di sini kita punya persamaan (6), kemudian akan diadapat juga penyelesaian dalam *daerah bintang* untuk $w_1 \equiv h$ (kedalaman) & $w_2 \equiv u$ (kecepatan) adalah diselesaikan.

$$\left. \begin{aligned} w_1^{(0)}(x - \lambda_1 t) &= w_{1R} & \text{sebab} & \quad x - \lambda_1 t > 0 \\ w_2^{(0)}(x - \lambda_1 t) &= w_{2L} & \text{sebab} & \quad x - \lambda_2 t < 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} h_* &= \frac{1}{2} (h_L + h_R) + \frac{1}{2} \frac{\hat{h}}{\hat{a}} (u_L - u_R) \\ u_* &= \frac{1}{2} (u_L + u_R) + \frac{1}{2} \frac{\hat{a}}{\hat{h}} (h_L - h_R) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

PEMBAHASAN

Penyelesaian Riemann dengan teknik Godunov menjelaskan bahwa **ketidakmulusan sentuh** (*contact discontinuity*) terjadi pada antar muka dua unsur yang berdampingan, maka persamaan hiperbolik nir-serbasama (*inhomogeneous*) dimana sumber harus diperhitungkan dihilangkan dengan pelempangan lengkung karakteristik, maka simulasi menjadi perkiraan arus (*flux estimation*) melalui bidang antar muka sel yang merupakan **soal Riemann satu-matra**. seluruh penyelesaian hidrodinamika disederhanakan menjadi soal arus vector **U** melalui antar muka sel-sel, mulus atau tidak mulus. Dengan mengubah seluruh soal menjadi soal Riemann, maka kita tidak perlu lagi memerlukan suku sumber yang mengandung gaya gravitasi dan gesekan, karena kita bekerja dengan **rumusan ketakubahan Riemann** (*Riemann*

invariants). Dan kedua hasil baik dengan sumber ataupun tidak dapat kita lihat dengan perbedaan yang kecil dari setiap aplikasi model.

Hal ini akan menyederhanakan persoalan hidrodinamika dua-matra, terutama bila diterapkan untuk mensimulasikan persoalan hidrodinamika di dataran banjir, di mana aliran sungai meluap dari bantarnya, atau mensimulasikan **banjir bandang** (*flash flood*), **pasang bandang** dari laut atau bendungan runtuh serta dapat melihat pola **loncatan air** pada suatu bangunan peredam energi dengan variasi kemiringan saluran peluncur, atau daulat aliran campuran (*mix flow regime*) dinamik dalam ruang dan waktu. Selain itu dapat dilihat pola keruntuhan bendung vertikal melingkar dan pola aliran banjir pada sungai induk dengan beberapa anak sungai.

Tabel 1. Data Awal Uji Numerik

Uji	h_{ki} (m)	v_{ki} (m/det)	h_{ka} (m)	v_{ka} (m/det)	Letak Pintu ($X=0$) (m)	Waktu (detik)
1	1,20	2,60	0,20	0,00	10,00	7,00
2	1,20	-6,00	1,20	6,00	25,00	3,00
3	1,20	0,00	1×10^{-7}	0,00	20,00	3,00
4	1×10^{-7}	0,00	1,20	0,00	30,00	3,00

Tabel 2. Hasil Perhitungan

Uji	H^* (m)	v^* (m/det)	$V_{x=0}$ (m/det)	$a_{x=0}$ (m/det ²)
1	0,86300000	3,6422000	3,1529000	3,1529000
2	0,01880000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
3	0,00095225	6,6654000	2,2862000	2,2862000
4	0,00095225	-6,6654000	-2,2862000	2,2862000

Panjang saluran untuk uji numerik adalah 50 meter dengan bentuk penampang prisma, untuk keperluan pengepungan dibuat 50 ruang tilik (sel) dengan percepatan gravitasi sebesar 9,8 m/det². Untuk penyelesaian cara eksak ditetapkan batas toleransi (TOL) adalah 10^{-6} , proses iterasi dilakukan dengan jumlah maksimum adalah 50.

Pintu bendung sebagai sekat pemisah antara bagian hulu (kiri) pintu dan bagian hilir (kanan) pintu. Variasi Kedalaman hulu (H_{ki}) dibuat pada dua kondisi yaitu pada saat berair dengan kedalaman 1 meter dan tak berair (kering) dengan kedalaman 0 meter demikian juga pada kedalaman hilirnya (H_{ka}), data kedalaman selengkapnya dapat dilihat pada tabel 6.1.

a. Uji Pertama

Dalam Gambar uji pertama dihasilkan profil kedalaman dan kecepatan air. Perhitungan cara eksak menghasilkan kedalaman dan kecepatan pada bidang peralihan yang ditandai dengan notasi bintang (*), untuk kedalaman bintang (h^*) adalah 0,86300 sedangkan kecepatan bintang (v^*) adalah 3,6422000.

Dari hasil perhitungan cara eksak muncul perambatan kejut yang cukup kuat terjadi pada sisi kanan dan perambatan mulus dengan kecepatan sonik (aliran kritik) pada sisi kiri. Peristiwa ini cukup penting dan menyiratkan bahwa nilai eigen $\lambda_j = u - a$ akan berubah dari nilai negatif ke nilai positif yang ditandai dengan arah gerak perambatan gelombang dari sisi kiri melalui daerah peralihan ($x=0$) menuju ke sisi kanan, sehingga secara jelas perubahan ini akan membawa nilai eigen λ_j melalui nilai nol pada posisi pintu bendung atau pada posisi peralihan dimana $x=0$ atau $\lambda_j = u - a = 0$ yang dapat ditulis $u = a$, nilai tersebut pada tabel 2. dapat dilihat besarnya kecepatan ($V_{x=0}$) dan percepatan ($a_{x=0}$) pada $x=0$ adalah 3,1529000, hal ini berarti besar dan arah kecepatan partikel air sama dengan percepatannya.

b. Uji Kedua

Dalam Gambar uji kedua dihasilkan profil kedalaman dan kecepatan air. Perhitungan cara eksak menghasilkan kedalaman dan kecepatan pada bidang peralihan yang ditandai dengan notasi bintang (*), untuk kedalaman bintang (h^*) adalah 0,01880000 sedangkan kecepatan bintang (v^*) adalah nol. Dari hasil perhitungan cara eksak muncul perambatan gelombang mulus yang cukup kuat dengan arah yang berlawanan. Kedalaman pada daerah bintang (h^*) sangat tipis yaitu 0,040564.

Seperti halnya pada uji pertama diatas maka untuk perhitungan numerik ditinjau dengan dua kondisi, dimana tinjauan pertama faktor sumber disertakan sedangkan pada tinjauan kedua faktor sumber tidak disertakan. Faktor sumber dalam hal ini adalah gesekan air dengan menggunakan *angka manning* (Cn) yang terdapat pada dasar saluran, dimana nilai tersebut (Cn) juga diambil sebesar 0,003. Sedangkan kemiringan dasar saluran dibuat datar baik dengan dan tanpa melibatkan sumber. Untuk uji pertama dapat dilihat pada tabel hasil Uji numerik di lembar lampiran, secara umum akan didapat nilai uji numerik dengan dan tanpa sumber. Besar perbedaan rata-rata bagan numerik dengan dan tanpa melibatkan faktor sumber untuk uji pertama adalah 3×10^{-12} , dimana perbedaan tersebut bervariasi dari hulu sebesar $7,71 \times 10^{-12}$ menurun ketengah ($X=0$) pada posisi pintu bendung dengan perbedaan sebesar $1,7 \times 10^{-13}$ dan naik lagi kehilir dengan perbedaan yaitu $7,49 \times 10^{-12}$ (lihat tabel pada lembar lampiran).

c. Uji Ketiga

Dalam Gambar uji ketiga dihasilkan profil kedalaman dan kecepatan air. Pada uji ketiga merupakan uji pada kondisi saluran kering pada sisi kanannya, yang mana penyelesaiannya terdiri dari gelombang mulus tunggal sisi kiri yang ditunjukkan oleh nilai eigen $\lambda_j = u - a$. Dalam penyelesaian eksak gelombang yang muncul akan terlihat betul-betul mulus, namun dalam penyelesaian numerik agar model dapat dihitung maka dihindarkan

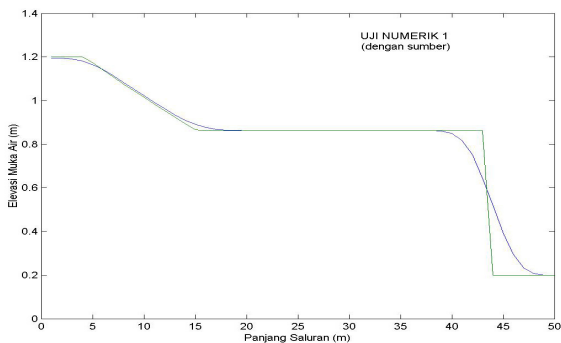
kondisi kering mutlak (nol) atau paling tidak mempunyai nilai kedalaman walaupun sangat tipis sekali (0,0000001), sehingga secara teknis dalam perhitungan numeric akan muncul kejut walupun kecil sekali atau tidak semata-mata mulus dan ini sesuai dengan kondisi di alam bahwa kenyataannya tidak pernah ada aliran yang betul-betul mulus, sehingga akan muncul kejut walupun nilainya sangat kecil.

Dalam Gambar uji ketiga dihasilkan profil kedalaman dan kecepatan air. Perhitungan cara eksak menghasilkan kedalaman dan kecepatan pada bidang peralihan yang ditandai dengan notasi bintang (*), untuk kedalaman bintang (h*) adalah 0,00095225 sedangkan kecepatan bintang (v*) adalah 6,6654000. Pada uji ini saluran tidak kering sehingga tetap akan mempunyai kedalaman pada daerah bintang walau cukup kecil sekali hal ini membuktikan bahwa dalam kondisi saluran kering walupun tidak mutlak tetap ada kejut waluu kecil sekali.

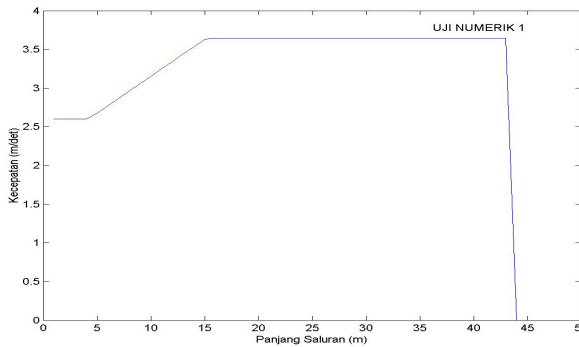
d. Uji Keempat

Uji ini pada prinsipnya sama dengan Uji Ketiga, hanya posisi pintu dipindah ke lebih hilir lagi. Pada uji keempat pintu bendung sebagai pemisah kedalaman air diletakkan 30 meter dari hulu, untuk kondisi kedalaman air hulu (H_{ki}) adalah 0,0000001 (tidak multak kering) dan dengan kecepatan aliran hulu (V_{ki}) adalah nol (diam) dan untuk kondisi kedalaman hilir (H_{ka}) 1,2 meter sedangkan kecepatan di hilir (V_{ka}) adalah nol atau pada kondisi nol pada saat ketika pintu bendung akan dibuka. Waktu pengamatan dilakukan pada saat 4 detik setelah pintu bendung dibuka secara mendadak.

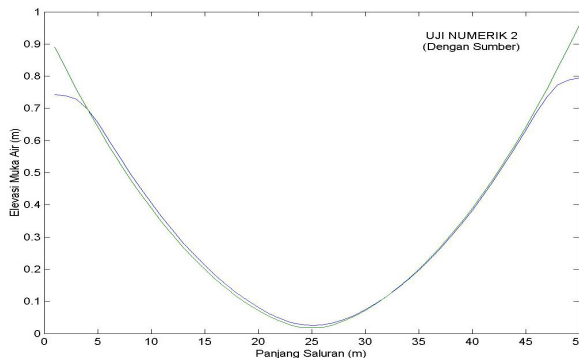
Dalam Gambar uji keempat dihasilkan profil kedalaman dan kecepatan air. Pada uji keempat merupakan uji pada kondisi saluran kering pada sisi kanannya, yang mana penyelesaiannya terdiri dari gelombang mulus tunggal sisi kanan yang ditunjukkan oleh nilai eigen $\lambda_l = u - a$. Dalam penyelesaian eksak gelombang yang muncul akan terlihat betul-betul mulus, namun dalam penyelesaian numeric agar model dapat dihitung maka dihindarkan kondisi kering mutlak (nol) atau paling tidak mempunyai nilai kedalaman walaupun sangat tipis sekali (0,0000001), sehingga secara teknis dalam perhitungan numeric akan muncul kejut walupun kecil sekali atau tidak semata-mata mulus dan ini sesuai dengan kondisi di alam bahwa kenyataannya tidak pernah ada aliran yang betul-betul mulus, sehingga akan muncul kejut walupun nilainya sangat kecil.



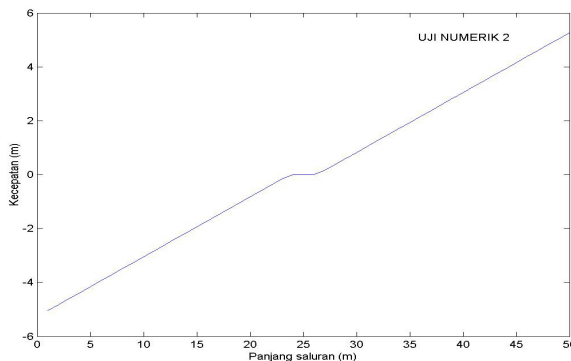
Gambar 4a. Profil Muka Air (Uji 1)



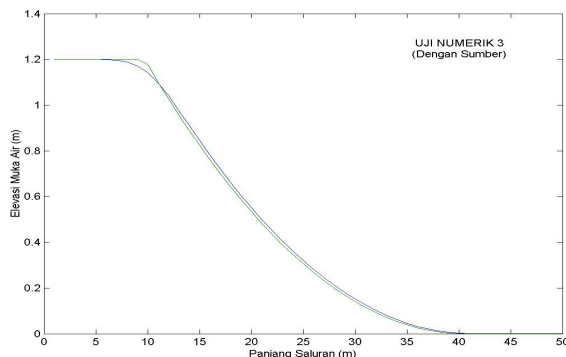
Gambar 4b. Grafik Kecepatan Permukaan (Uji 1)



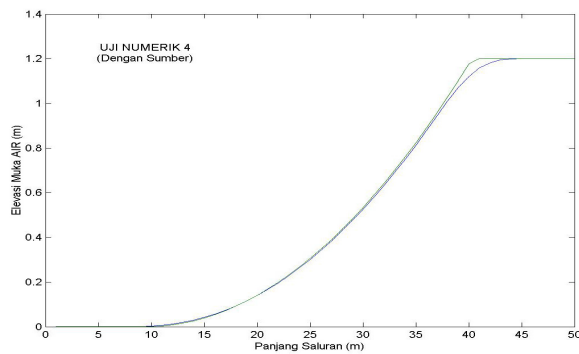
Gambar 5a. Profil Muka Air (Uji 2)



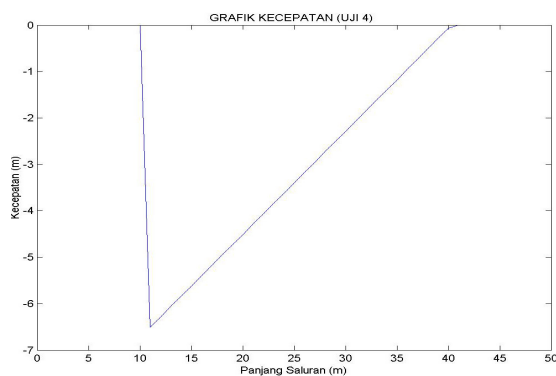
Gambar 5b. Grafik Kecepatan Permukaan (Uji 2)



Gambar 6a. Profil Muka Air (Uji 3)



Gambar 6b. Grafik Kecepatan Permukaan (Uji 3)



Gambar 7. Grafik Kecepatan Permukaan (Uji 4)

KESIMPULAN

1. Gejala masalah pada penyelesaian numerik Godunov adalah guncangan numerik terjadi pada perubahan gradient kasar kejut yang tinggi. Karena itu, suatu bagan numerik dari soal gelombang sederhana di mana penyelesaian analitik eksaknya diketahui, dijadikan batu ujian keabsahan bagan numerik yang diajukan.

2. Penyusunan model dua matra berdasarkan pengembangan dari model satu matra dengan hampiran Riemann secara utuh yaitu dengan melibatkan berbagai sumber atau tanpa sumber.
3. Bagan explicit dapat ditafsirkan sebagai pembelahan (*splitting*) dari suatu persamaan implisit menjadi persamaan eksplisit, dan dengan itu hitungannya lebih mudah. Karena hukum fisika aliran khas (*unique*), baik cara eksplisit maupun cara implisit harus menghasilkan jawaban yang setara. Namun akibat dari pembelahan ini, maka keping waktu tidak lagi bebas, melainkan ditentukan oleh ruas Δx yang harus tunduk pada kemandapan CLF (*Courant, Levy, Friedrich*). Sebaliknya, tanpa bukti, bagan eksplisit tidak terikat kaidah kemandapan CFL.

REFERENSI

- Abbot, M.B.1(1979). *Computational hydraulics; element of the theory of free surface flow*, Pitman, London.
- Duane Hanselman & Bruce Little Field. (2001). *MATLAB*, McGraw Hill.
- Das, D.B. & Nassehi. (1985). "Land Flow a 3-D Finite Volume Model of Combined Free & Porous Flow of water in contaminated land & site." *journal in Fluid Dinamics*.
- E.F. Toro. (2001). *Riemann solver and numerical method*, Springer Verlag.
- James B Scarborough. (1998). "Numerical Matematical Analysis." *Journal of Matematical Model 1999*.
- John M Mc. Cormic, Mario G. Salvadori. (1997). *Numerical Method in Fortran*. McGraw Hill.
- L. Fraccoloro and E.F. Toro. (1995). "Experimental and Numerical assessment of shallow water model for two-dimensional dam-break type." *Journal of computational Physics, 1995*.
- Nugroho W. (2004). *Penyelesaian soal Riemann dengan pendekatan Volume Hingga untuk masalah Gelombang Air dangkal*. Thesis Doctor Universitas Tarumanagara.
- P.L. Roe. (1981). "Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes." *Journal of Computational Physics*.
- S.J.Billed and E.F. Toro. (1997). "On WAF-type schemes for multidimensional hyperbolic conservation laws." *Juornal of Computational physics*.
- S.Osher, and F. Solomon.(1997). *Upwind Difference Schemes for Hyperbolic system conservation Laws*, mathematics of compulation, Vol. 38.