

# CHARACTERIZED BY A COARSER SURFACE LAYER OF SEDIMENT ARMOUR

## KARAKTERISTIK KEKASARAN LAPISAN DASAR SEDIMEN ARMOUR

Cahyono Ikhsan<sup>1</sup>, Adam Pamudji Raharjo<sup>2</sup>, Djoko Legono<sup>3</sup>, dan Bambang Agus Kironoto<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Program Studi Doktor Teknik Sipil, Dosen Universitas Sebelas Maret Fakultas Teknik Sipil,

Email: [cahyono1970@yahoo.co.id](mailto:cahyono1970@yahoo.co.id)

<sup>2,3,4</sup> Staf Pengajar, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, Universitas Gadjah Mada

### ABSTRACT

The static armored bed condition exists as a result of an extended period of flows over a mixed gravel bed. The flows generate shear stresses less than that needed to entrain the largest particles but large enough to transport the fines and over time the fines sediment is winnowed from the bed surface. A coarse surface layer forms on the bed surface, effectively sheltering the finer substrate grains from entrainment. The presence of an armour layer on the bed surface is a common phenomena in rivers. The flume experiment was 0.6 m wide by 10 m long and inclined at a slope of 1% and 1,5%. The channel bed and feed were composed of a moderately to poorly sorted, lognormally distributed mixture of sand and gravel. The feed rate was 100 g/min for the initial experimental runs. Digits to the right of the decimal refer to irregular intervals (0 min-440 min) during the same feed rate between times when the experiment was temporarily halted and measurements of the bed were made. Water discharge was held constant at 40 lt/s. The paper presents a relatively has been applied to replicate bedload transport measured during static armouring flume experiments. The model proved to be able to simulate well the vanishing sediment transport due to both slope reduction and surface coarsening.

**Key words:** armour layer, degradation, sediment transport, coarser

### ABSTRAK

Struktur lapisan dasar armoring merupakan hasil dari campuran *gravel bed* yang tersortir secara periodik, dimana sedimen yang halus terangkut, sedangkan sedimen yang kasar tetap tertinggal. Tegangan geser yang dihasilkan oleh faktor kecepatan aliran, juga akan menggerakkan butir yang halus sedangkan butiran yang besar akan senantiasa tetap sebagai lapisan dasar permukaan (*bed surface*). Suatu lapisan permukaan kasar membentuk *bed surface* yang mengelompok terstruktur kokoh melindungi lapisan dibawahnya (*substrate*) pada butiran halus. Adanya lapisan *armoring* di dasar permukaan merupakan fenomena yang biasa ditemui pada sungai *gravel bed*. Percobaan pada flume dengan ukuran lebar 0.3 m dan panjang 10 m serta kemiringan dasar 1% dan 1,5%. Dasar saluran dan inflow sedimen yang di taburkan merupakan susunan dari sedimen yang kecil kemungkinan mengalami pensortiran, distribusi ukuran butir campuran pasir dan gravel membentuk distribusi log-normal. Inflow sedimen adalah 100 g/min untuk percobaan awal pada running dengan interval waktu yang tidak beraturan (0min-440 min) selama inflow sedimen, antara waktu pada saat eksperimen dihentikan dan dilakukan pengukuran dasar saluran. Debit aliran pada kondisi konstan yaitu 40 lt/s. Pada peper ini menyajikan model eksperimen flum tentang statis armoring di laboratorium. Pada model tersebut mampu mensimulasikan dengan baik sedimen yang terangkut yang dipengaruhi oleh kemiringan dasar dan kekasaran dasar permukaan.

**Kata-kata Kunci:** *armour layer*, degradasi, angkutan sedimen, kekasaran

### PENDAHULUAN

Banyak para pakar yang sudah membahas fenomena angkutan sedimen bedload yang dicampur dengan butir halus pada flume (misalnya Parker, 1990; Wathen et al., 1995; Wilcock dan Mc Ardell, 1993). Biasanya riset-riset mempelajari kondisi yang *equilibrium* dan lebih sedikit memperhatikan faktor degradasinya. Dalam beberapa penelitian, yang menjadi dominan pada umum adalah tentang banyaknya sedimen yang terangkut, diutarakan oleh (Tait et al, 1992; Proffitt dan Sutherland, 1983), serta dinamika pengkasaran sedimen yang terjadi pada dasar permukaan, (Sutherland, 1987) menggunakan distribusi ukuran *bedload* untuk menggambarkan proses pembentukan *armoring*. Hassan dan Church (2000) menemukan bahwa pembentukan struktur *armoring* selama degradasi dipengaruhi secara langsung oleh gerakan *bedload* yang terangkut dan *grain size*.

Pada hipotesis ini kami beranggapan bahwa degradasi dasar saluran akan mampu mengidentifikasi fluktuasi aliran, baik dalam kondisi *low flow* (fasa aliran rendah) maupun dalam kondisi setelah terjadinya *high flow* (fase aliran banjir). Kondisi tersebut sangat mempengaruhi stabilitas dasar yang berdampak pada terbentuknya lapisan *armoring* untuk sedimen yang tetap tinggal dan bertahan, sedangkan sedimen yang relatif halus akan terangkut. Penelitian ini mengamati proses terjadinya *armoring* di-

dasarkan pada kondisi aliran dan perilaku sedimen dasar yang bergerak, dimana sedimen yang terangkut akan mengalami proses pensortiran alami selama proses terjadinya degradasi.

Penelitian ini mengamati proses terjadinya *armoring* didasarkan pada kondisi aliran dan perilaku sedimen dasar yang bergerak, dimana sedimen yang terangkut akan mengalami proses pensortiran alami selama proses terjadinya degradasi.

### KONDISI EKSPERIMEN

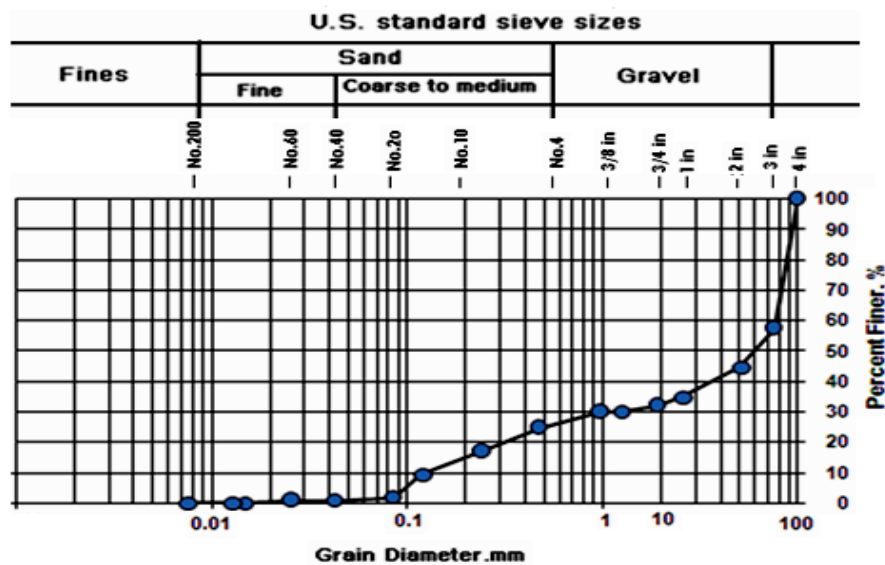
Pada percobaan ini sedimen dasar yang terangkut maupun sedimen yang tertinggal sangat dipengaruhi oleh besarnya debit yang terjadi, kemiringan dasar saluran, kondisi sedimen dasar yang berkaitan dengan kekasaran dan geometrik penampang salurannya. Adapun kondisi penelitian dianalisa pada tabel 1.

Pada percobaan ini tidak ada angkutan *suspended load* yang terangkut bersama aliran, sedangkan *bedload* berada tetap didasar saluran. Sedimen *bedload* terdiri dari fraksi butir yang dapat bergerak menyusun struktur lapisan dasar dan fraksi butir yang dengan ukuran butir yang relatif lebih besar dengan kondisi yang statis.

Pada Gambar 1 menunjukkan batas kisaran material *bedload* yang dipakai dalam penelitian, kondisi *bedload* tersebut dinyatakan dengan kurva distribusi *grain size*.

Tabel 1 Analisis eksperimen flume

Running	1		2	
Pengambilan data	9 Mei 2011		25 Juni 2011	
Total waktu (menit)	405		444	
Debit (Q) m <sup>3</sup> /dt	0.011		0.043	
debit (q) m <sup>2</sup> /dt	0.018333333		0.07166667	
Kemiringan dasar (So)%	0.5		0.5	
Inflow sediment (Qs) gr/mt	100.66		100.6	
Ts (inflow) menit	Continue		Continue	
Ws (sedimen output) gr	12043.307		45658.91	
Fase	Equilibrium	Armour	Equilibrium	Armour
Kemiringan dasar (St) %	0.43	0.46	0.48	0.53
Ws (sedimen output) gr	4927.46	7115.847	39467.3	6191.61
h (tinggi air di atas bedload) m	0.055	0.055	0.129	0.129
R (jari-jari hidraulik) m	0.046478873	0.0464789	0.09020979	0.09021
U (m/dt)	0.333333333	0.3333333	0.55555556	0.555556
Fr	0.453798334	0.4537893	0.4938535	0.493854
n (Manning)	0.025430752	0.0263029	0.02508393	0.026358
$\tau$ (tegangan geser N/m <sup>2</sup> )	6.032169	6.453018	15.7933152	17.43845



Gambar 1. kurva distribusi grain size

## PROSEDUR EKSPERIMEN

Penelitian ini dilaksanakan di laboratorium Hidraulika. Pengambilan data penelitian seluruhnya dilakukan di laboratorium dengan menggunakan perangkat utama *sediment-recirculating flume*, sedangkan sebagai bahan sedimen berdasarkan klasifikasi ukuran butiran menurut *American Geophysical Union (AGU)*. *Sediment-recirculating flume merk Armfield* ini bagian utama dari peralatan penelitian yang berdimensi, lebar = 0,60 meter, panjang = 10,00 meter dan tinggi = 0,45 meter. Terbuat dari dinding *flexiglass* dan dasar *stainless steel* licin seluruh saluran.

Model saluran ini didesain guna meneliti berbagai fenomena angkutan sedimen pada kondisi steady flow dan debit konstan dengan kemiringan dasar diambil 1.0% dan 1,5%. Namun demikian kemiringan dasar saluran (So) dapat diatur sesuai dengan kebutuhan sampai dengan batas tertentu, dengan sistem *jacking*. Kemiringan saluran ini dapat secara langsung dilihat/dikontrol pada *switch* batas yang tertera pada tiang *jacking*.

Secara umum ada 3 tahap dalam proses pelaksanaan eksperimen ini, yaitu:

1. Tahapan persiapan

2. Tahapan Running

3. Tahapan akhir eksperimen

Untuk tahapan *running*, terdapat 2 fase dalam satu debit yang konstan yaitu *fase equilibrium*, *fase armour*. Pada penelitian ini dilakukan 2 kali *running* yang terbagi atas 1 kali *running* dengan kemiringan dasar 1% dan 1 kali *running* dengan kemiringan 1,5%. Pada setiap percobaan, sedimen diambil dari sungai kemudian dilakukan analisis saringan dengan *sieve* analisis kemudian diperoleh hasil seperti pada Gambar 1. Selanjutnya dilakukan analisis penghitungan awal sedimen dasar dengan parameter seperti pada tabel 1. Kondisi seperti ini dilakukan pada setiap *running*. Mula-mula sedimen disebar merata di tangan flume dengan batas kedalaman 18 cm dari batas dasar. Selanjutnya air mengalir dan membawa butir sedimen yang lepas pada debit konstan yang telah ditentukan, dan pengukuran bisa dimulai. Pada saat awal eksperimen dimulai, ditandai dengan tercapainya kondisi aliran yang *uniform flow*, kemiringan dasar saluran diatur sesuai rencana dan kedalaman aliran menunjukkan kondisi yang sama sepanjang flume. Pada awalnya kondisi batas hulu diatur untuk mencapai aliran yang seragam, namun akan terus berubah sei-

ring dengan kedalaman aliran yang berbeda. Perbedaan kedalaman (variasi kedalaman) pada saluran disebabkan terjadinya degradasi dasar saluran, lalu dilakukan pengukuran kedalaman dan penangkapan pada sedimen yang terangkut.

Running terus dilakukan sampai sedimen yang tertangkap berkurang sampai dengan kurang lebih 1% dari nilai awal sebaran, kondisi ini tercapai sekitar 400 menit selama *running*, kondisi tersebut bisa dilihat pada Gambar 2. sebagai berikut:



Gambar 2. Sedimen yang terangkut

### PENGUKURAN

Setiap running dilakukan pengukuran secara periodik yaitu debit, temperatur, kemiringan dasar, profil muka air, sedimen dasar yang terangkut, serta komposisinya. Pada waktu tertentu dilakukan pemotretan permukaan sedimen dasar. Jumlah sedimen yang terangkut dan komposisi *bedload* dicatat sesuai dengan interval waktu untuk setiap jenis sampel pada saat *running*.

Pengukuran kecepatan aliran sepanjang *flume* dilakukan pada tiga lokasi yaitu pada tengah, kanan dan kiri selebar 18 cm. Pengukuran dilakukan dengan memasang *currentmeter* dihubungkan dengan instrumen dari atas ke bawah pada *flume*. Pengamatan topografi dilakukan dengan membuat *grid* pada area 1 cm x 1 cm dengan *point gauge*.

### ANALISIS KETEBALAN LAPISAN ARMOURING

Material sedimen yang terkandung di dasar sungai memiliki ukuran butir yang bervariasi membentuk suatu sistem sedimen. Sistem sedimen dapat dikelompokkan ke dalam tiga komponen yang terpisah (gambar 3). Komponen pertama, sedimen dasar lapisan atas (*surface layer*) memiliki ukuran butir (*grain size*) paling kasar dan ketebalan seragam. Lapisan tersebut sebagai pelindung (*armour*) pada lapisan di bawahnya.

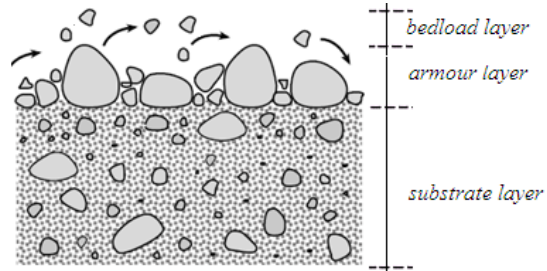
Komponen kedua, lapisan dasar sedimen berada di bawah *surface layer* yaitu *substrate layer*, terdiri dari campuran partikel homogen yang halus dengan jumlah yang lebih banyak dari pada partikel kasar, maka lapisan tersebut merupakan material dasar halus. Komponen ketiga adalah *bed load*, merupakan sedimen yang senantiasa bergerak di atas dasar dengan melompat, menggelinding dan bergeser.

Ada beberapa metode yang dipakai untuk menentukan ukuran diameter butir material lapisan *armouring*, metode tersebut antara lain:

#### 1. Metode tegangan geser kritis (grafik Shields)

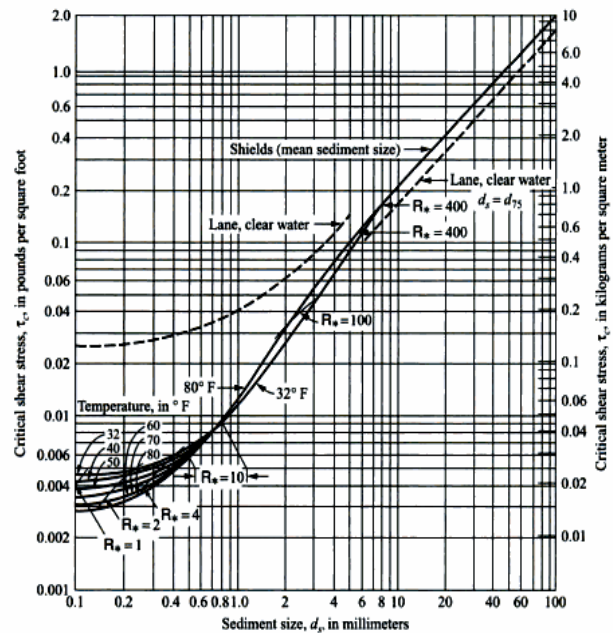
Metode tegangan geser yang terjadi pada percobaan *flume* di laboratorium dirumuskan:

$$\tau = \rho g R S \quad (1)$$



Gambar 3. Sistem sedimen

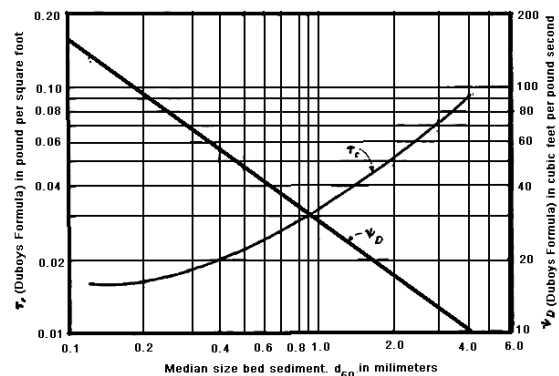
dan gaya ini akan menggerakkan partikel pada ukuran diameter merata tertentu. Hubungan antara tegangan geser ( $\tau$ ) dengan diameter butir ditunjukkan pada gambar 4. (tegangan geser kritik diagram shields) sebagai berikut:



Gambar 4. diagram tegangan geser kritis (Shields)

#### 2. Metode tegangan geser kritis (DuBoys)

Metode tegangan geser ( $\tau$ ) yang dipakai untuk menentukan besarnya diameter butir material yang akan bergerak ditunjukkan pada gambar 5 (tegangan geser kritik diagram DuBoys) sebagai berikut:



Gambar 5. diagram tegangan kritis (Duboys)

#### 3. Metode MP

Persamaan Meyer Peter Muler (MPM) untuk material yang terangkut pada kemiringan dasar tertentu secara eksperimen dirumuskan sebagai berikut:

$$S = \frac{0,19}{R} \left\{ \left( \frac{n}{d90^{1/6}} \right)^{1,5} \right\} dm \quad (2)$$

Pada persamaan tersebut dapat dicari besarnya ukuran diameter butir material yang akan terangkut adalah

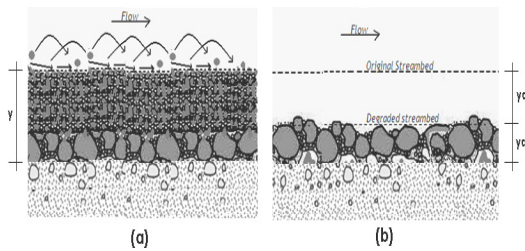
$$dm = \frac{5,26.S.R}{\left( \frac{n}{d90^{1/6}} \right)^{1,5}} \quad (3)$$

#### 4. Metode Schoklitsch

Metode Schoklitsch merumuskan persamaan diameter butir material armour yang akan terangkut sebagai berikut:

$$S = \left[ \left( \frac{0,00021.dm.B}{Q} \right)^{3/4} \right] \text{ atau } dm = \frac{4762.S^{4/3}.Q}{B} \quad (4)$$

Hasil dari analisis hitungan terhadap beberapa metode diambil reratanya untuk dipakai sebagai diameter material pembentuk lapisan *armouring*. Tebal dari lapisan *armouring* dapat ditunjukkan pada gambar 6 sebagai berikut:



Gambar 6. Tebal lapisan *armouring*

$$ya = y - yd \quad (5)$$

Dengan

$ya$  = *Armouring layer*

$yd$  = *Depth of degradation*

$y$  = *Original streambed layer*

Tabel 3. Analisis Diameter Lapisan Armouring pada Flume Eksperimen

(Analisis Diameter Butiran Sedimen Pembentuk Lapisan Armouring (Diagram Shields);  $S_o = 0.010$ ;  $B = 60$  cm)

Kedalaman aliran (h) (ft)	Kedalaman aliran (h) (cm)	Luas (A=B.h)	Kell. Bsh (P=B+2h)	Jari-jari hidr (R=A/P)	$Vv=1/n.R^{(2/3)}.S^{(1/2)}$ (ft/dt)	$Q=A.v$ (ft <sup>3</sup> /dt)	$Q=A.v$ (lt/dt)	T62.4RS (lb/sq ft)	Garfik: d(mm)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.03	0.9144	0.059055	2.02850	0.02911	0.31545	0.01863	0.52720	0.01817	1.33000
0.06	1.8288	0.11811	2.08850	0.05655	0.49111	0.05801	1.64155	0.03529	2.30000
0.09	2.7432	0.177165	2.14850	0.08246	0.63150	0.11188	3.16621	0.05145	3.20000
0.12	3.6576	0.23622	2.20850	0.10696	0.75109	0.17742	5.02106	0.06674	3.60000
0.15	4.572	0.295276	2.26850	0.13016	0.85613	0.25279	7.15404	0.08122	4.28000
0.18	5.4864	0.354331	2.32850	0.15217	0.95009	0.33665	9.52713	0.09495	4.82000
0.21	6.4008	0.413386	2.38850	0.17307	1.03522	0.42794	12.11083	0.10800	5.00000
0.24	7.3152	0.472441	2.44850	0.19295	1.11304	0.52584	14.88140	0.12040	5.51111
0.27	8.2296	0.531496	2.50850	0.21188	1.18468	0.62965	17.81922	0.13221	6.02222
0.30	9.144	0.590551	2.56850	0.22992	1.25102	0.73879	20.90777	0.14347	6.53333
0.33	10.0584	0.649606	2.62850	0.24714	1.31272	0.85275	24.13292	0.15421	7.04444
0.36	10.9728	0.708661	2.68850	0.26359	1.37035	0.97111	27.48249	0.16448	7.55555
0.39	11.8872	0.767717	2.74850	0.27932	1.42434	1.09349	30.94585	0.17430	8.06666
0.42	12.8016	0.826772	2.80850	0.29438	1.47509	1.21956	34.51367	0.18369	8.57777
0.45	13.716	0.885827	2.86850	0.30881	1.52291	1.34903	38.17768	0.19270	9.08888
0.48	14.6304	0.944882	2.92850	0.32265	1.56807	1.48164	41.93055	0.20133	9.60000
0.51	15.5448	1.003937	2.98850	0.33593	1.61082	1.61716	45.76570	0.20962	10.03125

Ketebalan lapisan *armouring* dapat dirumuskan juga sebagai berikut:

$$Ya = y.(del.P) \quad (6)$$

dimana [del P] adalah prosentase material *armouring* yang lebih besar dari hasil analisis saringan sedimen dasar. Sedangkan tebal lapisan *bedload* diperoleh dengan mengkombinasikan persamaan 5 dan 6, maka dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Yd = ya.\left(\left(\frac{1}{del.P}\right)-1\right) \quad (7)$$

Ketebalan lapisan *armouring* ( $ya$ ) tergantung pada diameter partikel material *armouring*, berkisar antara 1 sampai 3 diameter material pembentuk *armouring*.

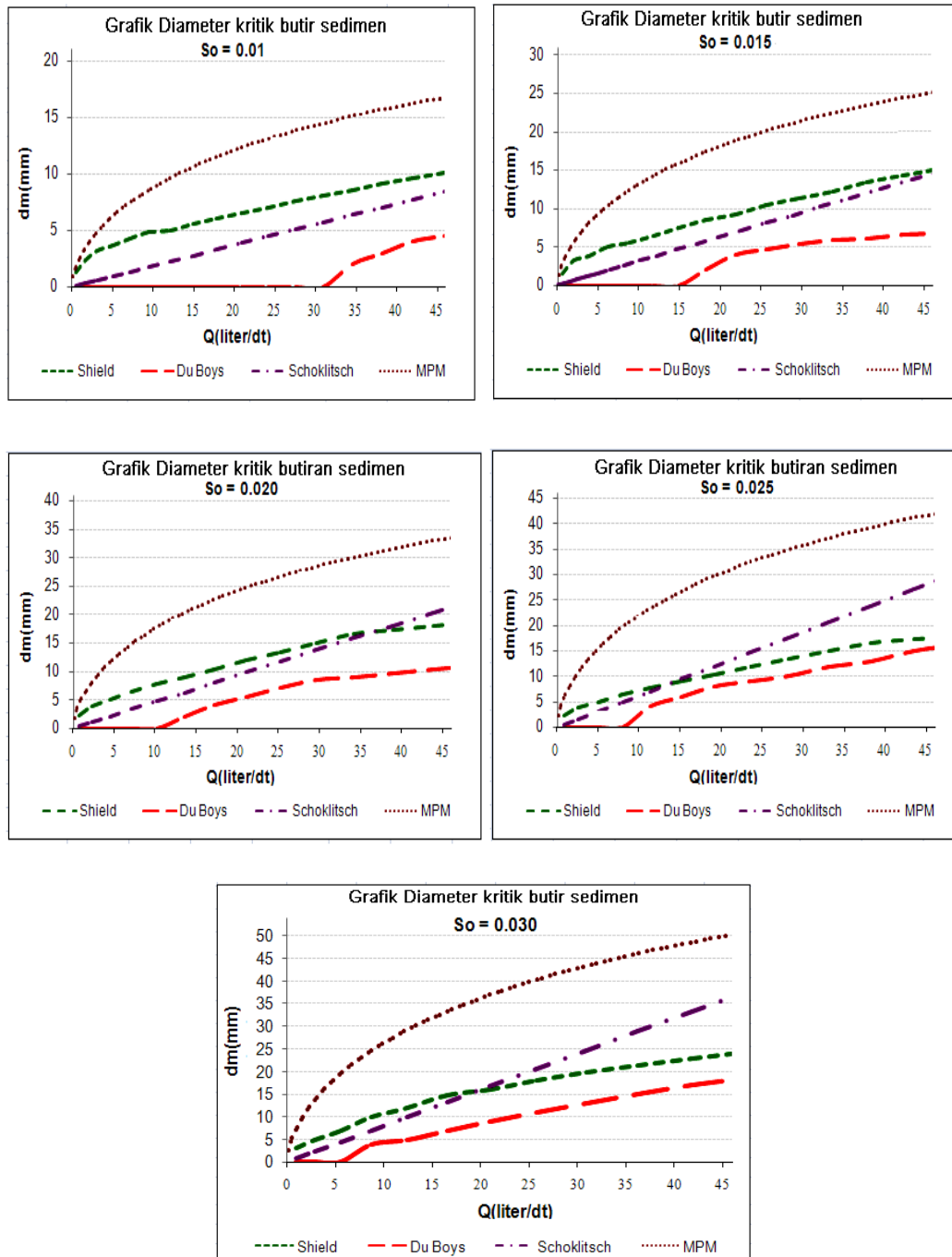
Pada analisis penelitian ini, material dasar diambil dari sungai, selanjutnya dilakukan pengujian sebagai berikut:

Tabel. 2 Grain Size Analisis Material

Ayakan nomor	Diameter (mm)	Berat tertahan (W <sub>i</sub> gr)	Berat lolos (gr)	% berat tertahan W <sub>i</sub> /W x 100%	Persen lolos %
4"	101.600	0	5181.6	0.000	100
3"	76.200	2205	2976.6	42.554	57.446
2"	50.800	653.21	2323.4	12.606	44.839
1"	25.400	516.54	1806.9	9.969	34.871
0.75"	19.050	151.6	1655.3	2.926	31.945
0.5"	12.700	91.99	1563.3	1.775	30.169
0.375"	9.525	18.68	1544.6	0.361	29.809
No. 4	4.750	268.19	1276.4	5.176	24.633
No. 8	2.360	406.08	870.3	7.837	16.796
No. 16	1.180	391.31	479.0	7.552	9.244
No. 20	0.850	379.93	99.1	7.332	1.912
No. 40	0.425	54.17	44.9	1.045	0.867
No. 80	0.250	7.47	37.4	0.144	0.722
No. 100	0.150	33.00	4.4	0.637	0.085
No. 120	0.125	1.04	3.4	0.020	0.065
No. 200	0.074	1.23	2.2	0.024	0.042
pan		2.17			
		1581.6			

Gravel = 70.1909

Pasir = 29.8091

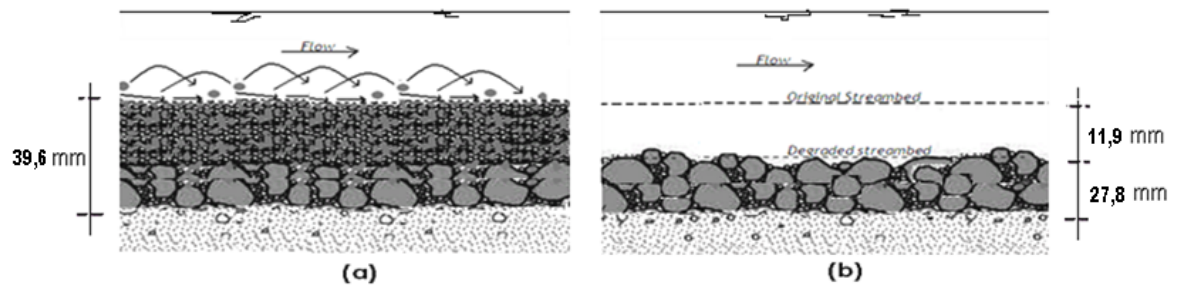


Gambar 7. Grafik Diameter Butir Penyusun Lapisan Armoring dengan fariasi kemiringan dasar (So)

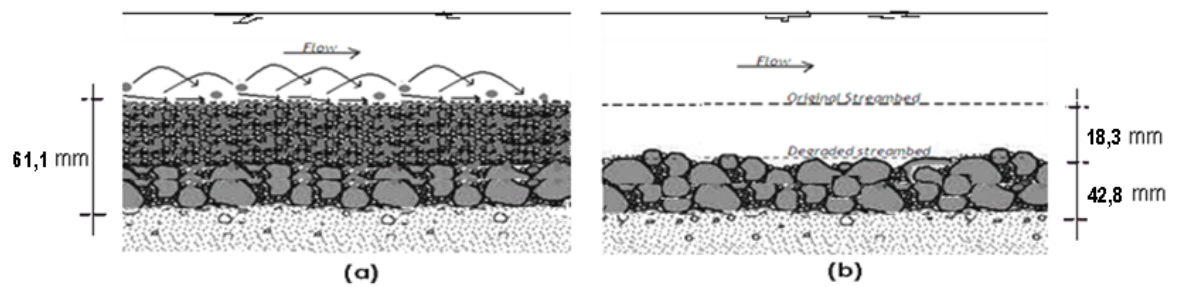
Tabel 4. Analisis Tebal Armoring (debit konstan 40 liter/dt)

Metode/Kemiringan	S = (0.010) dm (mm)	S = (0.015) dm (mm)	S = (0.020) dm (mm)	S = (0.025) dm (mm)	S = (0.030) dm (mm)
Shields	9	13	17	22	25
MPM	16	23	31	40	47
DuBoys	4	7	10	14	17
Schoklitsch	8	14	18	25	32
dm (rata-rata)	9.25	14.25	19	25.25	30.25
ya (3x dm rata-rata)	27.8	42.8	57	75.8	90.6
del p	0.7	0.7	0.68	0.65	0.62
yd (mm)	11.9	18.3	26.8	40.8	55.6
y (mm)	39.6	61.1	83.8	116.5	146.2

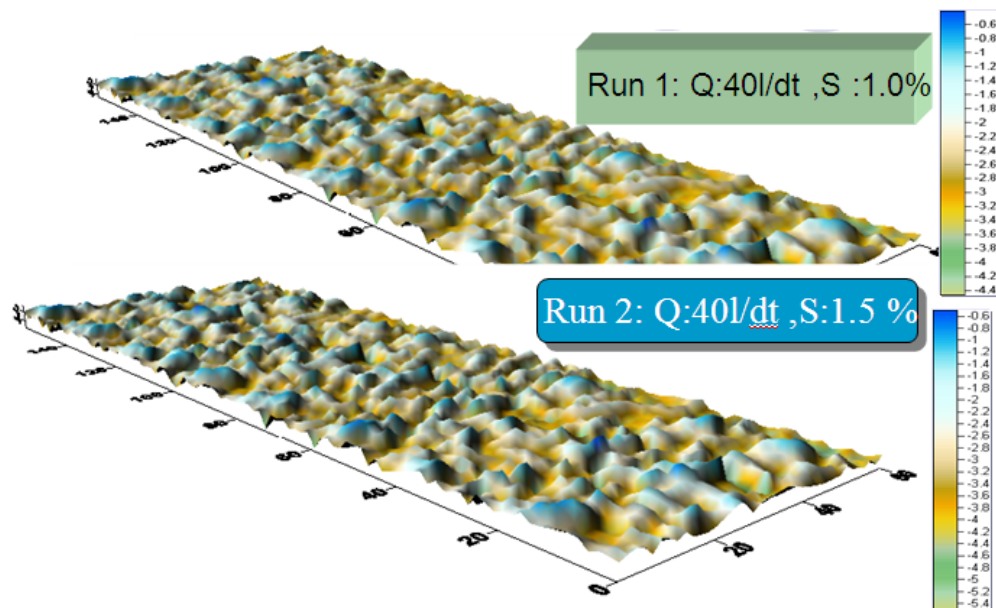




Gambar 7. Tebal armouring dengan  $S_o$  1%



Gambar 8. Tebal armouring dengan  $S_o$  1,5%



Gambar 9. Permukaan dasar (topografi  $S_o$  1%, dan topografi  $S_o$  1,5%)

Hasil analisis dengan kemiringan dasar ( $S_o$ ) ditunjukkan pada Gambar 7 dan 8.

### Topografi Dasar Saluran

Pada tabel 1 menyajikan rangkuman secara umum tentang kon-disi eksperimen dan perubahan dasar saluran yang terjadi meli-puti, degradasi dasar saluran, pembentukan lapisan *armouring* serta porubahan yang terjadi terhadap dasar saluran. Kondisi to-pografi dasar saluran ditunjukkan pada Gambar 9. Kondisi ini merupakan hasil analisis pengukuran topografi permukaan dasar

dengan pengukuran point gauge 10 mm x 10 mm, dengan analisis program *sufer versi 8.0*. Pada analisis tersebut diperoleh kedalaman degradasi yang terjadi berturut-turut 4.4 cm dan 5,4 cm.

### KESIMPULAN

Penelitian tersebut berhasil menggambarkan kondisi yang hampir sama antara analisis tebal lapisan *armouring* dengan hasil eksperimen di laboratorium dengan flume pada proses pembentukan lapisan *armouring*. Walaupun demikian, peristiwa secara detail tentang angkutan sedimen yang terjadi dan karakteristik

pembentukan lapisan *armouring* menunjukkan perilaku yang berbeda karena dipengaruhi oleh kemiringan dasar saluran dan intensitas sebaran serta kekasaran dasarnya. Adapun proses *armouring* adalah apabila suatu kapasitas transpor sedimen melampaui suplai sedimen dari hulu saluran, maka keseimbangan transpor sedimen akan terjadi dengan cara mengambil material dari saluran itu sendiri. Pada kondisi ini saluran akan mengalami degradasi. Karena ukuran sedimen tidak seragam, maka butir halus akan terangkut terlebih dahulu dari pada butir yang kasar, sampai tidak ada lagi sedimen yang terangkut, dengan demikian dasar saluran menjadi lebih kasar. Proses pengkasaran dasar akan berlangsung terus-menerus maka permukaan yang kasar sehingga lapisan tersebut melindungi sedimen yang halus di bawahnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Church, M., Hassan, M.A. and Wolcott, J.F. (1998) "Stabilizing self-organized structures in gravel-bed stream channels: field and experimental observations". *Water Resources Research* 34(11), 3169-3179.
- Hassan, M.A. and Church, M. (2000). "Experiments on surface structure and partial sediment transport on a gravel bed". *Water Resources Research*, 36(7).
- Parker, G. (1990). "Surface-based bedload transport relation for gravel rivers." *Journal of Hydraulic Research*, 28, 417-436.
- Proffitt, G.T., and Sutherland, A.J. (1983). "Transport of non-uniform sediment". *Journal of Hydraulic Research*, 21, 3343.
- Sutherland, A.J. (1987). *Static armour layers by selective erosion. Sediment Transport in Gravel-Bed Rivers*, C.R. Thorne et al., Wiley, Chichester, 243-60.
- Tait, S.J. and Willetts B.B (1991). "Characterisation of armoured bed surfaces." *Proc. Int. Grain Sorting Seminar, Zurich*.
- Wathen, S.J., Ferguson, R.1., Hoey, T.B., and Werritty, A. (1995). "Unequal mobility of gravel and sand in weakly bimodal river sediments." *Water Resources Research*, 31, 2087-2096.
- Wilcock, P.R. and SouTI-IxARn, J.B. (1989). "Bed load transport of mixed size sediment: fractional transport rates, bed forms, and the development of a coarse bed surface layer." *Water Resources Research*, 25 (7), 1629 - 1641, July.
- Wilcock, P.R., and Mcardell, B.W. (1993). "Surface based fractional rates: mobilization thresholds and partial transport of a sand-gravel sediment." *Water Resources Research*, 29, 1297-1312.