

PENGEMBANGAN MODEL PENJADWALAN MODEL PENJADWALAN *FLEXIBLE FLOW SHOP 2-STAGES* UNTUK MEMINIMASI *WEIGHTED TARDINESS* DENGAN SISTEM LELANG

Muhammad Adha Ilhami, Evi Febianti, dan Dimas Anggoro W.

Jurusan Teknik Industri, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

Jln. Jend. Sudirman Km. 03 Cilegon, Banten

Email: adha@ft-untirta.ac.id, evi_febianti@ft-untirta.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini dilakukan di perusahaan manufaktur yang memproduksi pipa baja las spiral dan longitudinal. Pipa baja las spiral diproduksi dengan dua proses, yaitu proses pengelasan dan beveling. Proses pengelasan menggunakan mesin SPM 2000, SPM 1800, SPM 1200, sedangkan proses beveling menggunakan mesin EBM IA, EBM IB, dan Mesin Jalur 3. Permasalahannya adalah perusahaan sering mengalami penumpukan produk pipa tertentu di gudang namun juga di saat yang bersamaan ada produk pipa tertentu yang mengalami keterlambatan pengiriman. Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan metode penjadwalan dengan pendekatan sistem lelang dan membandingkan dengan jadwal inisial di perusahaan dan metode EDD. Metode dasar yang digunakan metode penjadwalan Ilhami (2010) dengan memodifikasi aturan list scheduling. Hasil penelitian menunjukkan nilai weighted tardiness penjadwalan dengan sistem lelang sebesar 28 dengan tardiness 10 hari, metode EDD weighted tardiness sebesar 217 dengan tardiness 83 hari, dan jadwal inisial perusahaan didapat weighted tardiness sebesar 148 dengan tardiness 51 hari. Penjadwalan dengan Sistem Lelang ini menghasilkan solusi terbaik yang mampu meminimasi baik weighted tardiness dan tardiness itu sendiri, sehingga diharapkan mampu meminimasi penumpukan barang jadi di gudang dan di saat bersamaan mengurangi terjadinya keterlambatan pengiriman pipa.

Kata kunci: *Penjadwalan Sistem Lelang, Weighted Tardiness, Flexible Flow Shop, 2-Stage, List Scheduling, Earliest Due Date (EDD).*

PENDAHULUAN

Penelitian ini dilakukan di perusahaan manufaktur yang memproduksi pipa baja las spiral dan longitudinal. Pipa baja las spiral diproduksi dengan dua proses, yaitu proses pengelasan dan beveling. Proses pengelasan menggunakan mesin SPM 2000, SPM 1800, SPM 1200, sedangkan proses beveling menggunakan mesin EBM IA, EBM IB, dan Mesin Jalur 3. Proses produksi pipa ini membentuk pola aliran flexible flow shop 2-stage, dimana pada masing-masing stage, mesin disusun secara paralel dan setiap job pada masing-masing stage hanya akan diproses pada salah satu mesin saja. Dari kedua stage tersebut didapati bahwa ada beberapa alternatif pengerjaan pipa baja spiral yang dapat diklasifikasikan pada tabel berikut.

Tabel 1 Alternatif pengerjaan pipa dari mesin yang tersedia

Alternatif	Mesin	
	Operasi 1	Operasi 2
1	SPM 2000	EBM IB
2	SPM 2000	Jalur 3
3	SPM 1800	EBM IB
4	SPM 1800	Jalur 3
5	SPM 1200	EBM IB
6	SPM 1200	Jalur 3

Permasalahan yang muncul adalah sering terjadi penumpukan pipa di gudang karena pengerjaan yang terlalu cepat dan terjadi keterlambatan pada pesanan pipa lainnya. Hal ini disebabkan metode penjadwalan yang masih subyektif (kira-kira) dari pembuat jadwal produksi. Berdasarkan permasalahan yang ada, penelitian ini memiliki tujuan mengembangkan metode penjadwalan dengan metode sistem lelang (*auction based*) untuk meminimasi weighted tardiness dan membandingkan jadwal produksi usulan dengan jadwal inisial di perusahaan dan metode EDD sebagai alternatif pembanding. Performansi penjadwalannya adalah minimasi *weighted tardiness*, yaitu keterlambatan *job* dengan faktor prioritas pengerjaan (bobot) yang didalamnya terdapat bobot

earliness dan bobot *lateness*. Pemilihan kriteria *weighted tardiness* adalah untuk meminimasi terjadinya penumpukan pipa di gudang (karena terjadinya *earliness*) dan mengurangi keterlambatan pengiriman pipa karena belum selesainya pipa diproduksi. Kondisi awal dari permasalahan sistem adalah sebagai berikut:

- Terdapat tiga mesin yang disusun paralel pada masing-masing *stage* dengan 10 *job* yang masing-masing hanya memiliki satu operasi pada masing-masing *stage*.
- Setiap *job* memiliki alternatif mesin yang berbeda yang dapat dipilih pada masing-masing *stage*.
- Setiap mesin hanya memproduksi satu operasi pada suatu waktu.

Metode sistem lelang dipilih untuk menjawab permasalahan di perusahaan ini karena sistem lelang diyakini memiliki ketangguhan/fleksibilitas yang baik dan kemampuan adaptasinya terhadap berbagai jenis permasalahan penjadwalan (Ilhami, 2010). Pada penelitian Ilhami (2010) metode sistem lelang digunakan untuk menyelesaikan masalah penjadwalan Job Shop dengan job yang memiliki routing alternatif. Julaeha (2011) menguraikan tentang penggunaan penjadwalan metode lelang dalam penjadwalan mesin paralel. Penelitian tersebut pengembangan metode penjadwalan dilakukan pada mesin paralel *single-stage*.

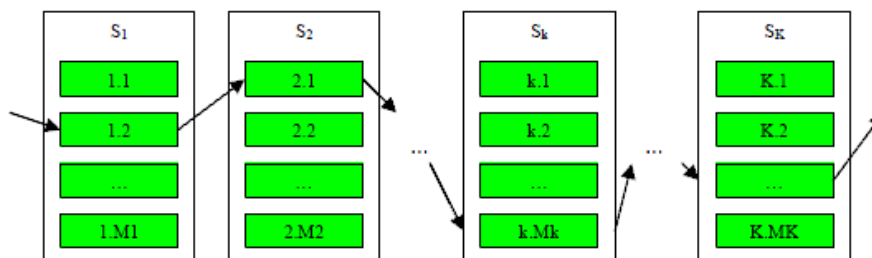
Penelitian ini pada prinsipnya adalah memadukan ide routing alternatif pada penelitian Ilhami (2010) dan mesin paralel pada penelitian Julaeha (2011). Routing alternatif dapat dianalogikan dengan kondisi *Flexible Flow Shop 2-Stages*, sementara mesin paralel adalah seperti kondisi mesin pada tiap *stage* pada sistem.

LANDASAN TEORI

Flexible Flow Shop

Pada dasarnya penjadwalan *flexible flow shop* memiliki konsep yang sama dengan *flow shop* karena *flexible flow shop* adalah generalisasi dari *flow shop* dan mesin paralel, yang membedakannya yaitu pada setiap proses atau operasi memiliki sejumlah mesin yang disusun secara paralel. *Flexible flow shop* dapat dilihat sebagai lingkungan manufaktur dengan multiproses dan multi mesin.

Pada *flexible flow shop* terdapat m mesin yang disusun secara seri dengan beberapa *stage* yang didalam *stage* tersebut terdapat sejumlah mesin identik yang disusun secara paralel. Masing-masing *job* akan diproses melewati *stage 1* kemudian *stage 2*, dan seterusnya. Pada masing-masing *stage*, *job* akan diproses oleh salah satu mesin identik. Adapun skema *flexible flow shop* tersaji dalam Gambar 1.



Gambar 1 Skema *Flexible Flow Shop*

Sumber : Kulcsar, 2005

Konsep Dasar Relasi Job dan Mesin dalam Hubungan Matematika

Metode Relaksasi *Lagrangian* awalnya dirumuskan oleh Fisher, M. L. (1981) untuk menyelesaikan masalah *integer programming*. Konsep dasar dari *relaksasi lagrange* adalah mengoptimasi suatu permasalahan dengan cara menghilangkan beberapa pembatas yang digabungkan dengan fungsi tujuannya dengan masing-masing pembatas diberi faktor pengali *lagrange*. Dalam penelitian Ilhami (2010), contoh permasalahan dasar untuk *relaksasi lagrange* adalah sebagai berikut:

$$v(P) = \text{Min } cx \quad (1)$$

Pembatas

$$Ax \geq b \quad (2)$$

$$x \in X \quad (3)$$

Dimana A merupakan matriks $m \times n$, dan c adalah vektor $1 \times n$, dan x adalah vektor $n \times 1$ sebagai variabel keputusan. Dengan menambahkan $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ dimana nilai λ bernilai non negatif, dan digunakan untuk mendualisasi pembatas $Ax \geq b$, maka diperoleh permasalahan lagrange (L_λ). Untuk $\lambda \geq 0$, diperoleh permasalahan *lagrange* sebagai berikut:

$$L(\lambda) = \min\{(c - \lambda A)x + \lambda b \mid x \in X\} \quad (4)$$

Permasalahan *lagrange* tersebut menjadi lebih mudah diselesaikan dibandingkan dengan permasalahan aslinya.

Hubungan penjadwalan sistem lelang dengan *relaksasi lagrange* berawal dari adanya dua permasalahan dari sistem, yaitu permasalahan *job* dan mesin. Untuk mempermudah mendapatkan penyelesaian masalah, maka dilakukan relaksasi pada pembatas mesin sehingga didapat hanya permasalahan *job* saja.

Pada penelitian Ilhami (2010), model penjadwalan yang digunakan adalah untuk meminimasi *weighted tardiness*.

Notasi yang digunakan adalah:

- i : Indeks *job*, $i = 1, \dots, N$ dimana N adalah jumlah total *job*.
- I : Set *job*, $I = \{i : i = 1, \dots, N\}$.
- j : Indeks operasi, $j = 1, \dots, O_i$ dimana O_i adalah jumlah operasi pada *job* i .
- O_{iq} : Jumlah operasi dari *job* i untuk *routing* alternatif q terpilih.
- J_j : Set operasi untuk *job* i , $J_j = \{j : j = 1, \dots, O_i\}$.
- Q : Indeks *routing* alternatif *job* i , $q = 1, \dots, Q$ dimana Q adalah jumlah *routing* alternatif suatu *job*
- i, q bernilai 1 jika q^* terpilih adalah 1, bernilai 2 jika q^* terpilih adalah 2, dan seterusnya.
- t : Periode waktu, $t = 1, \dots, TC$ dimana TC adalah total horizon waktu.
- TH : Set waktu, $TH = \{k : k = 1, \dots, TC\}$.
- m : Indeks mesin, $m = 1, \dots, M$ dimana M adalah jumlah mesin.
- TM : Set mesin, $TM = \{m : m = 1, \dots, M\}$.
- p_{ijq} : Waktu proses untuk operasi j dari *job* i alternatif *routing* q .
- d_j : *Due date* *job* i .
- ϵ_j : *Earliness penalty* per unit waktu untuk *job* i .
- τ_j : *Lateness penalty* per unit waktu untuk *job* i .
- λ_{mt} : *Multiplier lagrange* untuk periode waktu t pada mesin m .
- UB : *Upper bound* untuk biaya.
- LB : *Lower bound* untuk biaya.
- α_r : *Sub gradient* yang digunakan pada setiap iterasi r pada langkah perhitungan

ukuran.

- Y_{ijqm} : Indeks $\{0, 1\}$, bernilai 1 jika operasi j *job* i alternatif *routing* q dikerjakan pada mesin m , bernilai 0 jika tidak.
- X_{ijqt} : merupakan variabel keputusan yang bernilai $\{0, 1\}$, bernilai 1 jika operasi j *job* i alternatif *routing* q selesai di slot waktu t , dan bernilai 0 jika tidak.

Fungsi tujuan sistem minimasi *weighted tardiness* (*earliness* dan *tardiness*) adalah sebagai berikut:

$$\min \sum_i L_i \left[\max \left(\sum_{t=1}^{TC} t X_{i,O_i,q^*,t} - d_i, 0 \right) \right] + \sum_i E_i \left[\max \left(d_i - \sum_{t=1}^{TC} t X_{i,O_i,q^*,t}, 0 \right) \right] \quad (5)$$

Dengan pembatas:

$$\sum_{t=1}^{TC} X_{ijqt} = 1, \forall i, j, q \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^{TC} t X_{ijqt} + p_{i,j+1,q} \leq \sum_{t=1}^{TC} t X_{i,j+1,q,t}, \forall i, j, q \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{O_{iq}} X_{ijqt} Y_{ijqm} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^{O_{iq}} \sum_{t'=t+1}^{\min\{TC, t+p_{ijq}-1\}} X_{ijqt} Y_{ijqm} \leq 1, \forall m, t \quad (8)$$

$$\sum_{t=1}^{TC} t X_{i1qt} \geq p_{i1q} + a_2, \forall i \quad (9)$$

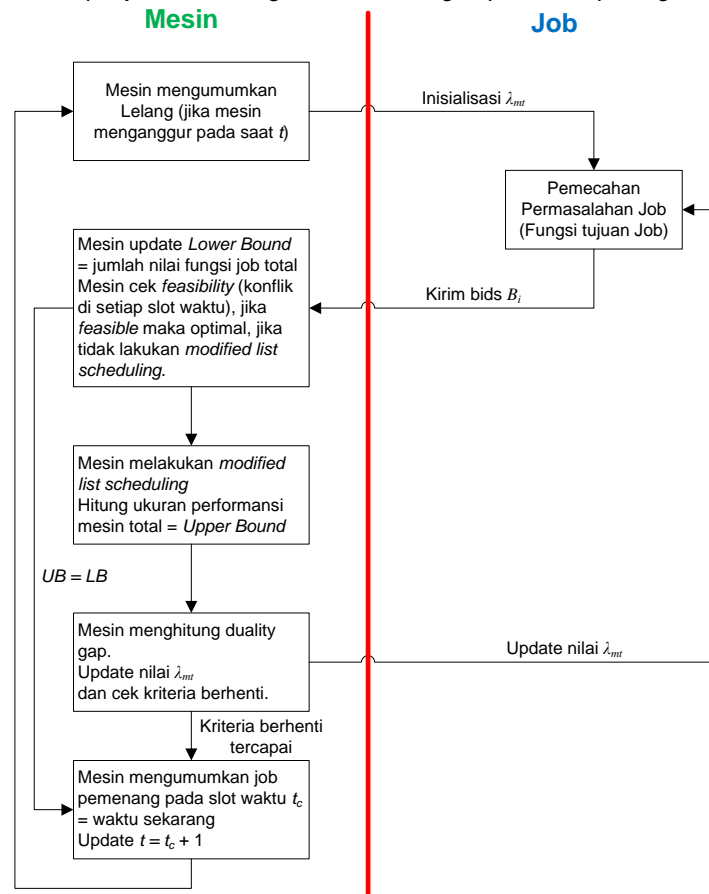
$$O_{i,q^*} = \begin{cases} O_{iq^*} = O_{i1} & \text{jika } q^* = 1 \\ O_{iq^*} = O_{iq} & \text{jika } q^* = q \end{cases} \quad \forall i \quad (10)$$

$$X_{ijqt} \in \{0, 1\}, \forall i, j, q, t \quad (11)$$

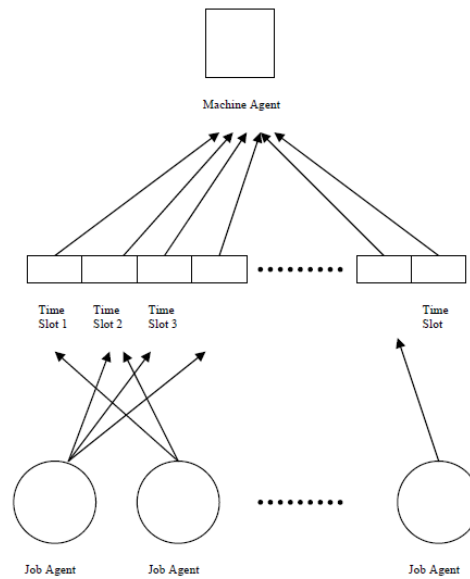
Untuk mendapatkan permasalahan (fungsi) dari job dan mesin, persamaan (5) sampai (11) dilakukan relaksasi *lagrange*.

Struktur Pemecahan Masalah Penjadwalan Sistem Lelang.

Penjadwalan dengan sistem lelang merupakan pengembangan dari algoritma penjadwalan *relaksasi lagrange*. Dalam penjadwalan ini akan terjadi komunikasi antar entitas mesin dengan entitas *job*, hal ini dikarenakan penjadwalan ini menggunakan sistem terdistribusi yang berarti baik mesin maupun *job* akan memiliki peran yang sama dalam proses pengambilan keputusan (penjadwalan). Struktur pemecahan masalah penjadwalan dengan sistem lelang dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2 Struktur Pemecahan Masalah Penjadwalan dengan Sistem Lelang



Gambar 3 Ilustrasi Mesin, Slot Waktu dan Job dalam Sistem Lelang

Sumber: Zarifoglu, 2005

PENGEMBANGAN MEKANISME LELANG DAN PEMBAHASAN

1. Perumusan Bids oleh Job

Perumusan bids oleh job merupakan langkah awal mekanisme penjadwalan dengan sistem lelang ini. Dimana tujuannya adalah mencari alternatif termurah dalam sudut pandang job dalam hal pemilihan waktu (slot waktu) dan mesin untuk memproduksi job tersebut. Persamaan yang dijadikan dasar dalam merumuskan bids adalah sebagai berikut.

$$WT_i + \sum_t \lambda mt (X_{it} Y_{im}) \quad (12)$$

Dengan:

WT_i = *Weighted tardiness job i*

λmt = *Multiplier lagrange* untuk periode waktu t pada mesin m

Y_{im} = Indeks {0, 1}, bernilai 1 jika *job i* dikerjakan pada mesin m , bernilai 0 jika tidak

X_{it} = Merupakan variabel keputusan yang bernilai {0, 1}, bernilai 1 jika *job i* dikerjakan di slot waktu t , dan bernilai 0 jika tidak

2. Pemilihan Alternatif Routing Mesin Oleh Job

Dengan berbagai bid yang mungkin dilakukan oleh job, maka diperlukan mekanisme pemilihan alternatif routing mesin berdasarkan bid yang mungkin dilakukan oleh job. Sederhananya pemilihan alternatif routing didasarkan pada bid dengan nilai yang paling minimum, namun jika ada beberapa alternatif routing dengan nilai bid yang sama, maka dipilih alternatif routing dengan *start time* paling kecil.

3. Mekanisme Peningkatan Harga λ (harga slot waktu)

Pada saat job menawarkan (melakukan *bidding*) ke slot waktu yang diinginkan, maka dimungkinkan terjadi beberapa job menginginkan slot waktu yang sama. Dengan adanya peminat slot waktu (yang dimiliki mesin) lebih dari 1 job, maka mesin berkepentingan untuk menaikkan harga slot waktu tersebut (dalam upaya untuk menggeser salah satu job yang berminat untuk mem-*bidding* slot waktu lain dan dalam rangka meningkatkan/maksimasi pendapatan total dari penawaran job terhadap slot waktu yang dimiliki mesin. Perubahan harga lamda (λ) ini dengan menggunakan algoritma *sub gradient* (Dewan dan Joshi, 2002 dan Ilhami, 2010).

Sub gradient secara sederhana adalah kenaikan harga yang dihitung untuk meng-*update* perubahan harga lamda λ dengan rumus:

$$S_r = \frac{\alpha^r (UB^r - LB^r)}{\left[\sum_{t=1}^{TC} (SG_{mt}^r)^2 \right] \times 2} \quad (13)$$

Dengan:

α^r = nilai *alpha* pada iterasi r

UB^r = *Upper bound* pada iterasi r

LB^r = *Lower bound* pada iterasi r

Adapun SG_{mt}^r adalah konflik (jumlah job yang menginginkan slot waktu yang sama) yang terjadi pada suatu slot waktu tertentu pada mesin m di iterasi r , konflik ini terjadi jika terdapat beberapa job yang menginginkan slot waktu tertentu pada suatu mesin.

$$SG_{mt}^r = \left(\sum_{i=1}^N X_{it} - 1 \right) \forall t > \text{waktu sekarang} \quad (14)$$

Harga lamda (λ) yang baru akan bergantung dari nilai *sub gradient*-nya dengan persamaan:

$$(F_s) \lambda_{mt}^{r+1} = \max \left\{ 0, \lambda_{mt}^r + S^r SG_{mt}^r \right\} \quad (15)$$

Dengan:

λ_{mt} = *Multiplier lagrange* (harga lamda) untuk periode waktu t pada mesin m untuk iterasi $r+1$

4. Perumusan Jadwal *Feasible*

Pada saat job mengirimkan bid (pilihan terbaiknya), maka dimungkinkan terjadi jadwal yang tidak *feasible*. Jadwal yang tidak *feasible* ini dimungkinkan utamanya karena adanya slot waktu yang diinginkan lebih dari satu job. Perumusan jadwal *feasible* adalah merupakan kepentingan dari mesin, dimana mesin tidak akan dapat memproduksi sesuai jadwal, jika jadwal yang dihasilkan tidak *feasible*.

Oleh karena itu perlu ada mekanisme yang membuat jadwal *infeasible* tersebut menjadi jadwal *feasible* yaitu dengan *list scheduling*. Pada penelitian ini dilakukan modifikasi *list scheduling* dari penelitian Ilhami (2010) sebagai berikut:

1. Operasi pertama mengikuti aturan *list scheduling* penelitian Ilhami (2010).
2. Jika terjadi konflik pada operasi ke 2, *job* dengan *start time* terkecil digeser ke kiri 1 slot demi slot sampai tidak konflik.
3. Jika *start time* sama, maka pilih *job* dengan bobot terkecil untuk digeser ke kiri 1 slot demi slot sampai tidak konflik.
4. Jika bobot sama, maka melihat prioritas :
 - a. *Due date* terkecil
 - b. *Slack* terkecil, dengan persamaan :

$$Slack = Start\ time\ op2 - finish\ time\ op1 \quad (16)$$
 Syarat untuk jadi pembanding :

$$Slack \geq 1 \quad (17)$$
 - c. *Shortest Processing Time*
5. Jika setelah geser kiri masih terjadi konflik sampai

$$Start\ time\ op2 = finish\ time\ op2 \quad (18)$$
 Maka lakukan pemindahan *job* operasi ke 2 ke mesin lain dengan slot sesuai *bids*. Jika pada mesin lain terjadi konflik, maka kembali ke langkah 2.
6. Jika tidak memungkinkan geser kiri dan pindah mesin maka lakukan geser kanan sampai tidak konflik.
7. Jika *slack* (kelonggaran) bernilai negatif, maka geser kanan 1 slot demi slot sampai tidak konflik.

Berdasarkan perumusan-perumusan di atas, maka mekanisme penjadwalan dengan sistem lelang dapat disusun dengan tahapan-tahapan tertentu sebagai berikut.

5. Mekanisme Penjadwalan dengan Sistem Lelang

Mekanisme penjadwalan sistem lelang yang digunakan pada penelitian ini menjadi:

Langkah 1 Mesin Menginisiasi Parameter.

Mesin menginisiasi parameter yang diperlukan, dimana:

t = Waktu sekarang

r = Ronde lelang

λ_{mt} = *Multiplier lagrange* untuk periode waktu t pada mesin (harga sebuah slot waktu), untuk $r = 1$

nilai $\lambda_{mt} = 0$

LB^r = *Lower bond*, untuk $r = 1$ nilai $LB^r = 0$

UB^r = *Upper bond*, untuk $r = 1$ nilai $UB^r = \infty$

α = *alpha*, untuk $r = 1$ nilai $\alpha = 2$

Mesin mengirimkan informasi lamda (λ) ke *job*.

Langkah 2 Job Membuat *Bids* (Penawaran).

Setiap *job* membuat *bid* dari informasi lamda (λ) yang dikirim oleh mesin dari semua slot waktu yang mungkin untuk semua alternatif pada masing-masing *job*. Pemilihan *bid* yang menjadi solusi terbaik dengan aturan sebagai berikut:

- Slot waktu yang mempunyai nilai *bid* paling kecil.
- Memiliki *start time* yang paling awal.
- Pemilihan alternatif berdasarkan aturan pemilihan alternatif.

Lalu *job* akan mengirimkan informasi kepada mesin.

Langkah 3 Mesin Mengumpulkan Seluruh *Bid* dan Membentuk Jadwal Inisial.

Mesin membuat jadwal inisial dan menghitung *lower bond* (*LB*) adalah maksimal dari $\{LBr_{-1}$, nilai dari $LR(\lambda_r)\}$. Dimana $LR(\lambda_r)$ dapat ditulis dengan rumus (Ilhami, 2010)

$$LR(\lambda) = \max \sum_{i=1}^{TC} WT_i + \sum_{m=1}^M \lambda mt (X_{it} Y_{im}) \quad (19)$$

Jika jadwal inisial sudah *feasible* maka ronde lelang berhenti, jika jadwal belum *feasible* lanjutkan ke langkah 4.

Langkah 4 Membuat Jadwal *Feasible* dan Menghitung Harga Lamda (λ) Baru.

Jadwal yang dibuat pada langkah 3 belum tentu akan *feasible* oleh karena itu dilakukan mekanisme *list scheduling* untuk membuat jadwal *infeasible* menjadi *feasible*. Jadwal yang tidak *feasible* ini terjadi karena adanya beberapa konflik yang menyebabkan mesin (juru lelang) harus memilih salah satu *job*. Harga yang telah ditetapkan pada langkah 1 akan digunakan untuk menghitung biaya total penggunaan mesin. Biaya ini dihitung dengan menjumlahkan harga untuk seluruh slot waktu yang di-*bidding* oleh *job* pada jadwal yang sudah *feasible*.

Menghitung *upper bond* (*UB*) adalah minimal dari $\{UBr_{-1}$, nilai dari $LD(\lambda_r)\}$. Dimana $LD(\lambda_r)$ dapat ditulis dengan rumus (Ilhami, 2010)

$$LD(\lambda_r) = \min \left[\sum_{i=1}^{TC} WT_i + \sum_{m=1}^M \lambda mt (X_{it} Y_{im}) - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{TC} \lambda_{mt} \right] \quad (20)$$

Menghitung konflik dan kuadrat konflik slot waktu pada jadwal inisial untuk setiap mesin. *Sub gradient* dihitung untuk meng-*update* perubahan harga lamda λ .

Megecek *gap* dari *sub gradient* yang didapat, dengan rumus:

$$\text{Gap} = S_r - S_{r-1} \quad (21)$$

$$\text{Gap} \geq 0.17 \rightarrow \alpha_{r+1} = \alpha_r, \text{ jika tidak maka } \alpha_{r+1} = \frac{\alpha_r}{2}$$

Langkah 5 Mesin memeriksa *stopping criteria*.

Modifikasi *stopping criteria* pada penelitian ini menjadi:

Sub gradient < 0.001

Alpha α < 0.3

Iterasi r > 30

Jika salah satu kriteria pada *stopping criteria* terpenuhi maka iterasi berhenti, jika tidak maka dilanjutkan ke langkah 2.

Penyelesaian Permasalahan Penjadwalan di PT. XYZ

Berdasarkan mekanisme penjadwalan yang telah disusun, maka permasalahan penjadwalan di PT. XYZ akan dicobakan untuk dicari solusinya dengan mekanisme yang ada. Lalu hasil penjadwalan dibandingkan dengan penjadwalan dengan jadwal *existing* yang dimiliki perusahaan. Adapun permasalahan penjadwalan di PT. XYZ dirangkum dan dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2 Permintaan pipa di PT. XYZ pada bulan Oktober 2012

Job	Spesifikasi			Jumlah (unit)	Due date (t+ke)	Jenis beveling	Bobot	
	D(mm)	T(mm)	P(m)				Earliness	Lateness
1	558	9	11	149	20	plain ends	3	3
2	711,2	14	18	122	30	1plan-1bevel	2	2
3	914,4	16	18	36	30	1plan-1bevel	2	2
4	914,4	16	36&24	15	12	1plan-1bevel	4	4
5	812,8	14	12-25,5	25	12	1plan-1bevel	4	4
6	914,4	16	36	20	12	1plan-1bevel	4	4

7	914,4	14	24	23	12	1plan-1bevel	4	4
8	914,4	14	20&22	98	30	1plan-1bevel	2	2
9	1016	19	15	107	31	1plan-1bevel	1	1
10	609,6	12	18&20	36	30	1plan-1bevel	2	2

Dari Tabel 2 dapat diketahui bahwa ada 10 job yang harus diselesaikan dalam 1 bulan (30 hari) dimana setiap job memiliki *due date*-nya masing-masing. Bobot dari setiap job mengindikasikan prioritas (keutamaan) job berdasarkan prioritas konsumen yang ditentukan oleh perusahaan. Jadwal yang diharapkan adalah jadwal produksi yang mampu menghasilkan jumlah *Weighted Tardiness* yang minimal.

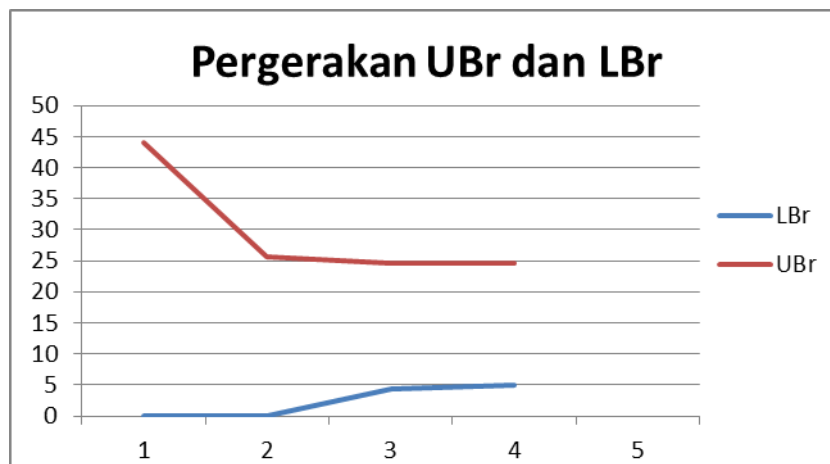
Hasil Penjadwalan dengan Sistem Lelang

Mekanisme yang dijalankan untuk menyelesaikan permasalahan di atas menggunakan sistem lelang ternyata menghasilkan 4 iterasi (ronde lelang), yang dapat dilihat pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3 Hasil penjadwalan dengan sistem lelang

Iterasi	LBr	UBr	Alpha	Tardiness (hari)	WT	Sub Gradient
1	0	44	2	20	44	0,179
2	0	25,675	1	10	28	0,108
3	4,306	24,704	0,5	10	28	0,046
4	4,942	24,704	0,25	12	29	0,023

Dari Tabel 3 terlihat bahwa penjadwalan mendekati optimal pada iterasi 2 dan 3 yang memberikan nilai *weighted tardiness* sebesar 28.



Gambar 4 Grafik pergerakan nilai UBr dan LBr dalam 4 iterasi lelang yang terjadi

Dari Gambar 4 terlihat bahwa nilai UBr dan LBr semakin dekat dari iterasi 1 sampai dengan iterasi 4. Hal ini mengindikasikan bahwa mekanisme yang dibuat mampu mengkonstruksikan solusi yang konvergen.

Perbandingan Hasil Penjadwalan Sistem Lelang dengan Penjadwalan Existing, dan Penjadwalan EDD Sederhana

Untuk melihat seberapa baik solusi yang dihasilkan, maka perlu dilakukan perbandingan antara hasil penjadwalan sistem lelang dengan penjadwalan saat ini di PT. XYZ. Namun, disamping itu perlu juga dilakukan perbandingan lainnya dengan salah satu metode penjadwalan sederhana yang sesuai dengan kriteria performansi penjadwalan yang diinginkan, dalam hal ini dipilih metode penjadwalan *Earliest Due Date* (EDD). Adapun hasil perbandingannya dapat dilihat pada Tabel 4.

Penjadwalan	Mesin	Urutan Job yang Dikerjakan	Tardiness (Hari)	Total Weighted Tardiness
Existing	SPM 2000	J1-J2-J3-J4	51	148
	SPM 1800	J5-J6-J7-J8-J9		
	SPM 1200	J10		
	EBM IA	J5-J6-J4		

	EBM IB	J7-J1-J10-J2-J3- J8-J9		
	Jalur 3	-		
Sistem Lelang	SPM 2000	J1-J2-J9		
	SPM 1800	J4-J5-J6-J7-J8- J3		
	SPM 1200	J10	10	28
	EBM IA	J5-J6-J4-J2-J8- J3		
	EBM IB	J7-J1-J9		
	Jalur 3	J10		
EDD	SPM 2000	J4-J1-J2-J3		
	SPM 1800	J5-J6- J7-J8-J9		
	SPM 1200	J10		
	EBM IA	J5- J4-J6	83	217
	EBM IB	J10- J7- J1- J8- J2- J3- J9		
	Jalur 3	-		

ANALISA DAN KESIMPULAN

Penjadwalan dengan menggunakan mekanisme sistem lelang terbukti mampu menghasilkan jadwal yang tidak hanya lebih baik dari jadwal *existing*, namun juga lebih baik dari penjadwalan sederhana EDD. Keunggulan sistem lelang ini dibandingkan dengan EDD sederhana adalah kemampuannya yang tidak hanya meminimasi keterlambatan dari job, namun juga mampu meminimasi penyelesaian job yang terlalu awal. Sehingga secara nilai total keterlambatan dan waktu menunggu job selesai sampai terkirim mekanisme sistem lelang jauh lebih unggul. EDD hanya mampu meminimasi keterlambatan job, namun gagal dalam mencegah selesainya job lebih awal dari *due date*-nya.

DAFTAR PUSTAKA

Penulisan kepustakaan memakai sistem nomor (*Vancouver Style*) sesuai dengan urutan abjad nama belakang penulis. Sitasi di dalam tulisan menggunakan model nama dan tahun terbit dengan kurung, sebagai contoh (Djunaidi, 2003). Contoh penulisan kepustakaan dapat dilihat pada point KEPUSTAKAAN.

- Untuk buku: nama pengarang, tahun terbit, judul buku (dicetak miring), tempat terbit, dan nama penerbit, sebagai contoh : Smith, John Q., and Joseph Galloway. 1984. *Peace In*. Boston: Harper & Row.
- Untuk artikel di dalam buku dengan editor: nama, pengarang, tahun terbit, judul karangan/artikel (dalam tanda petik “ ”), judul buku (dicetak miring), tempat terbit, nama penerbit, dan halaman artikel.
- Untuk artikel di dalam majalah/jurnal; nama pengarang, tahun terbit, Judul karangan/artikel (dalam tanda petik “ ”), judul majalah/jurnal (disetak *italic*), volume, nomor, dan halaman artikel. Sebagai contoh: Jackson, Richard. 1979. “Running down the up escalator.” *Australian Geographer*. 14 (May): 175-184.
- Untuk kutipan yang diambil dari situs internet; namapengarang, tahun terbit, judul tulisan/artikel (dalam tanda petik “ ”), tanggal akses, dan alamat situs tersebut. Sebagai contoh:
Massey, Tim; Ramesh Iyer. 1997. “DSP Solutions for Telephony and Data/Facsimile Modems,” diakses 10 November 2002 dari www.sti.com/sc/psheets/spra073/spra073.pdf .
- Dewan, P., et. al. 2002. *Auction-Based Distributed Scheduling in a Dynamic Job Shop Environment*. *International Journal of Production System*. vol. 40. no.5.
- Fisher, M.L. 1981. “Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problem”, *Management Science*, Vol. 27, 1 – 18.
- Ilhami, M. A., 2010. *Pengembangan Model Penjadwalan Job Shop Dinamis yang Mempertimbangkan Routing Alternatif dengan Menggunakan Sistem Lelang*. Tesis. Teknik dan Manajemen Industri. Institut Teknologi Bandung. Bandung.
- Ilhami, M. A., 2010. *Auction-Based Dynamic Job Shop Scheduling for Job with Alternative Routing*. Proceeding of The 11th Asia Pacific Industrial Engineering and Management Systems Conference, Malaka, 7 – 10 December 2010.
- Julaeha, Eha. 2011. *Penjadwalan Mesin Paralel dengan Sistem Lelang untuk Meminimasi Weighted Tardiness*. Skripsi. Cilegon: FT. Untirta.
- Kulcsar, Gyula. 2005. *Modeling and Solving of The Extended Flexible Flow Shop Scheduling Problem*. Production System and Information Engineering Volume 3. Department of Information Engineering. University of Miskolc. Hungary.
- Kutanoglu, E., dan Wu, S.D. 1999. *On Combinatorial Auction and Lagrangean Relaxation for Distributed Resource Scheduling*. *IEE Trans.*, Vol 31, No 9.

- Laha, Dipak. 2008. *Heuristics and Metaheuristics for Solving Scheduling Problems*. India : Jadavpur University.
- Lin, S., Goodman, E., Punch, W., 1997. *A Genetic algorithm approach to dynamic job shop scheduling problems*, dalam Back, T., editor, *Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms*, 481 – 489, Morgan Kaufmann.
- Liu, N., et. al. 2007. *A Complete Framework For Robust And Adaptable Dynamic Job Shop Scheduling*. *IEEE Transactions on Systems, Man, dan Cybernatics*. vol. 37. No. 5. ISSN: 1094-697.
- Palit, H.C., et. al., *Penjadwalan Produksi Flexible Flow Shop Dengan Sequence-Dependent Setup Times Menggunakan Metode Relaksasi Lagrangian (Studi Kasus Pada PT. Cahaya Angkasa Abadi)*. <http://puslit.petra.ac.id/journals/pdf.php?PublishedID=IND03050205>. Diakses pada tanggal 13 Januari 2012.
- Pinedo, M., 2004. *Planning dan Scheduling in Manufacturing dan Services*. Springer. New York.
- Ponnambalam, S.G.; Aravindan, P.; Chandrasekaran, S. 2001. *Constructive and Improvement Flow Shop Scheduling heuristics : an extensive evaluation*. *Production Planning & Control Journal*, Vol.12, NO.4, 335-344.
- Satriawan, Nedi, et. al. *Penjadwalan Produksi Flow Shop Menggunakan Algoritma Genetika dan Nih.* Bandung : FPMIPA UPI. http://abstrak.digilib.upi.edu/Direktori/SKRIPSI/FPMIPA/ILMU_KOMPUTER/PENJADWALAN_PRODUKSI_FLOW_SHOP_MENGGUNAKAN.pdf. Diakses pada tanggal 12 Januari 2012.
- Zarifoglu., E. 2005. *Auction Based Scheduling for Distributed Systems*. Tesis. Department Of Industrial Engineering. The Institute Of Engineering And Science Of Bilkent University.