

PEMODELAN ALIRAN UNSTEADY FLOW 1D UNTUK ANALISIS ROUTING BANJIR DI FLUME DENGAN METODE KARAKTERISTIK

Gurawan Djati W

Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil Universitas Muhammadiyah Surakarta

Jl. A. Yani Tromol Pos 1 Pabelan Kartasura 57102 Telp 0271 717417

Email: jatiwibowolimo@yahoo.co.id

Abstrak

Model numerik routing banjir bertujuan untuk memprediksi kelakuan penjarangan gelombang banjir unsteady flow di lapangan. Pemahaman tentang teknik numerik yang diaplikasikan ke dalam komputasi hidrolik sangat menunjang untuk memajukan sistem peringatan banjir serta pengendalian banjir di Indonesia. Penelitian ini berusaha memodelkan aliran unsteady 1D dengan salah satu metode numerik, yaitu metode karakteristik. Model simulasi ini akan di aplikasikan pada kasus perambatan gelombang banjir di flume.

Pemodelan aliran 1 D mensimulasikan penjarangan gelombang banjir di flume, dengan panjang flume 9.0m, kekasaran manning = 0.01 m^{1/3}.s, lebar flume 40 cm, So =0.0001 dan syarat batas hulu merupakan banjir yang telah disetting penulis serta syarat batas hilir merupakan aliran kritis (terjunan).

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa untuk tahapan waktu ($\Delta t = 0.25$ s) kondisi hasil hitungan routing banjir tidak stabil, dengan bilangan Courant (Cr) berkisar 0.9902 s/d 1.6865. Sementara pada hasil routing pada $\Delta t = 0.22$ s, $\Delta t = 0.20$ s, $\Delta t = 0.18$ s juga menunjukkan ketidakstabilan numerik. Secara umum terjadi osilasi debit routing maupun kedalaman air routing terutama pada pias 10, 15, 20 dan pias 30. Hasil routing dengan $\Delta t = 0.16$ s menunjukkan kestabilan numerik dengan tidak terjadi goncangan hitungan di sepanjang pias (pias 1 s/d pias 45).

Kata kunci : metode karakteristik, routing banjir, kestabilan numerik.

A. PENDAHULUAN

Kejadian banjir di Indonesia akhir-akhir ini sering terjadi, korban-korban banjir berjatuhannya baik itu harta benda rakyat, infrastruktur bahkan jiwa. Korban-korban banjir sebenarnya dapat direduksi jika system peringatan dini banjir lebih baik. Sistem peringatan dini banjir membutuhkan sarana pendukung yang baik dan benar, mulai dari sensor yang baik, system komputasi yang tepat dan tenaga pendukung serta engineer yang profesional.

Fenomena aliran 1D sudah lama dapat disimulasikan dengan baik dengan program komputer. Model simulasi yang telah dibuat ahli hidraulika memakai metode finite difference (al : HEC-RAS, SOBEK), finite element serta finite volume. Semua model tersebut bertujuan untuk memprediksi kelakuan penjarangan gelombang banjir unsteady flow di lapangan. Pemahaman tentang teknik numerik yang diaplikasikan ke dalam komputasi hidrolik sangat menunjang untuk memajukan sistem peringatan banjir serta pengendalian banjir di Indonesia.

Berangkat dari latar belakang tersebut di atas, penulis berusaha memodelkan aliran unsteady 1D dengan salah satu metode numerik, yaitu metode karakteristik. Model simulasi ini akan di aplikasikan pada kasus perambatan gelombang banjir di flume. Pemodelan ini juga berusaha untuk mendapatkan komputasi hidrolik yang stabil, dan diharapkan pemahaman hidrolika numerik semakin baik..

1. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

- memodelkan karakteristik aliran satu dimensi(1D) dan untuk analisis routing banjir di flume.
- memeriksa terhadap stabilitas numerik dengan berbagai running model dengan tahapan waktu perhitungan yang berbeda-beda.
- mengetahui besarnya penyimpangan debit puncak banjir dari running model dengan tahapan waktu yang berbeda jika dibandingkan dengan hasil running model yang paling stabil.

2. Batasan Penelitian

Batasan penelitian pada pemodelan aliran 1 D untuk analisis routing banjir di flume adalah sebagai berikut ini.

- a. Metode numerik yang digunakan adalah dengan metode karakteristik.
- b. Syarat batas hilir adalah terjunan, sehingga syarat batas hilir adalah kedalaman kritik
- c. Tidak ada hambatan aliran di tengah flume, baik itu bendung, pintu air maupun penyempitan flume.

Berapa penelitian yang telah dilakukan berkaitan dengan routing banjir baik di laboratorium maupun di lapangan serta pemodelan routing banjir adalah sebagai berikut ini.

Andre Paguler (1988) melakukan simulasi banjir dengan metode numerik dan percobaan di laboratorium untuk mensimulasikan gelombang banjir di sungai perkotaan setelah terjadi banjir di kota Nimes, Perancis. Simulasi routing banjir dengan metode numerik 2D dan memodelkan sungai Nimes di laboratorium. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa routing banjir 2 D mampu mensimulasikan penjalaran banjir di Sungai Nimes secara memuaskan.

Xinya Ying dkk, pada tahun 2004 melakukan penelitian prediksi penjalaran gelombang banjir untuk kasus dam break dan dikalibrasikan dengan percobaan di laboratorium *National Computation for Computation Hydroscience and Engineering* di Universitas Missisipi. Hasil akhir dari penelitian tersebut adalah metode finite volume 2D mampu untuk mensimulasi penjalaran gelombang banjir untuk kasus bendungan pecah dengan memuaskan. Skema numerik finite volume menggunakan skema upwind, dan evaluasi untuk prediksi elevasi muka air menggunakan pembobotan dari *upwind* dan *downwind*.

A. Kaceniauskas (2005) melakukan mensimulasikan penjalaran gelombang pecah (*dam break*) dengan finite element. Simulasi numerik tersebut dibandingkan dengan percobaan di laboratorium dengan kesimpulan adalah metode finite element dengan pseudo concentration mampu mensimulasikan penjalaran gelombang dambreak

Zaver Boskus dan Ali Kasap (1997) membandingkan antara simulasi numerik dengan perangkat lunak SMPDBK dan DAMBRK dengan percobaan laboratorium. Analisis secara numerik menunjukkan bahwa hasil simulasi memakai DAMBRK lebih bagus dibandingkan SMPDBK, disebabkan algoritma di dalam DAMBRK lebih komplit dibandingkan dengan SMPDBK.

Suares Frazao dkk melakukan penelitian penjalaran gelombang pecah dengan kasus sungai yang diperlebar secara numerik dan laboratorium. Untuk mensimulasikan dam break, Suares menggunakan persamaan Shallow water 2D dengan model turbulensi maupun tidak dengan model turbulensi. Hasil simulasi numerik tersebut selanjutnya dibandingkan dengan percobaan di laboratorium. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa model numerik 2 D dengan model turbulensi mampu mensimulasikan gelombang banjir pada gelombang pecah baik secara steady flow maupun *unsteady flow*.

E.Mignot dkk mensimulasikan banjir di perkotaan di Lyon Perancis dengan finite volume untuk model 2D. Model ini secara numerik dapat mendekati kejadian banjir dari percobaan di laboratorium, akan tetapi secara umum hidrograf debit banjir, hidrograf muka air output dari model ini lebih kecil dari percobaan di laboratorium. Menurut Mignot dkk model ini perlu disempurnakan pada penelitian selanjutnya.

P.Brufau dan Navaro (2003) melakukan simulasi dam break flow dengan metode finite volume dan model fisik. Skema numerik yang dipilih oleh Brufau dan Navaro adalah skema upwind serta multi dimensi skema upwind. Hasil percobaan ini dapat ditatik kesimpulan bahwa skema *upwind* maupun multi dimensi *upwind* menghasilkan unjukkerja yang sangat baik untuk mensimulasi *dam break*.

B. LANDASAN TEORI

1. Routing banjir secara hidraulika

Persamaan yang digunakan untuk routing banjir secara hidraulika mengacu pada persamaan konservasi masa dan konservasi momentum. Persamaan kontinuitas dan persamaan Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0.0 \tag{1}$$

$$v \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0.0$$

Persamaan Konservasi Momentum

$$g \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} = g(S_o - S_f) \tag{2}$$

dengan

$$S_f = \frac{v^2 n^2}{R^{4/3}}$$

2. Metode Karakteristik

Metode karakteristik termasuk salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial, baik linier maupun non linier. Penurunan persamaan karakteristik dari hukum kontinuitas dan konservasi momentum adalah sebagai berikut ini.

Kecepatan gelombang dangkal disimbolkan c dengan persamaan c adalah sebagai berikut ini.

$$c = \sqrt{gh}$$

$$c^2 = gh$$

Dengan mendiferensialkan persamaan di atas di dapatkan persamaan sebagai berikut ini.

$$2c.dc = g.dh$$

$$dh = \frac{2c}{g}.dc$$

Dengan mensubstitusikan persamaan tersebut ke dalam persamaan kontinuitas di atas, untuk saluran tampang segi empat A = b.h, persamaan kontinuitas menjadi :

$$v \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0.0$$

$$b.v \frac{\partial h}{\partial x} + bh \frac{\partial v}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0.0$$

$$b.v. \frac{2c}{g} \frac{\partial c}{\partial x} + b. \frac{c^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + b \frac{2c}{g} \frac{\partial c}{\partial t} = 0.0$$

$$2v \frac{\partial c}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \frac{\partial c}{\partial t} = 0.0 \tag{3}$$

Jika persamaan 2 ditambahkan dengan persamaan 3 menjadi persamaan berikut ini.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \frac{\partial c}{\partial x} + 2(v + c) \frac{\partial c}{\partial x} = g(S_o - S_f) \tag{4}$$

Jika persamaan 3 dikurangkan dengan persamaan 2 menjadi persamaan berikut ini.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v - c) \frac{\partial v}{\partial x} - 2 \frac{\partial c}{\partial x} - 2(v - c) \frac{\partial c}{\partial x} = g(S_o - S_f) \tag{5}$$

Jika persamaan 4 dan 5 disusun lanjut menjadi persamaan berikut ini.

$$(v + c) \frac{\partial(v + 2c)}{\partial x} + \frac{\partial(v + 2c)}{\partial t} = g(S_o - S_f) \tag{6}$$

$$(v - c) \frac{\partial(v - 2c)}{\partial x} + \frac{\partial(v - 2c)}{\partial t} = g(S_o - S_f) \tag{7}$$

Telaah lanjut dari persamaan 6 dan 7 dengan diferensial parsial dengan bentuk umum sebagai berikut ini.

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial t}$$

Dengan mencermati persamaan di atas dan dilakukan pencocokan terhadap persamaan 7, maka

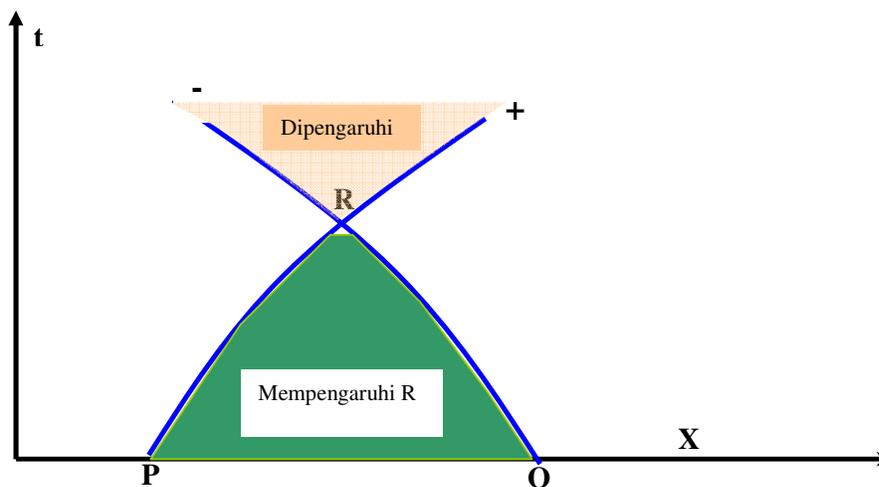
$$\frac{dx}{dt} = v + c \text{ dan } \frac{\partial(v + 2c)}{\partial x} = g(S_o - S_f) \text{ karakteristik (+)} \tag{9}$$

Sedangkan mencermati persamaan 9 dan mencocokkan dengan diferensial parsial didapatkan persamaan berikut ini

$$\frac{dx}{dt} = v - c \text{ dan } \frac{\partial(v - 2c)}{\partial x} = g(S_o - S_f) \text{ karakteristik (-)} \tag{10}$$

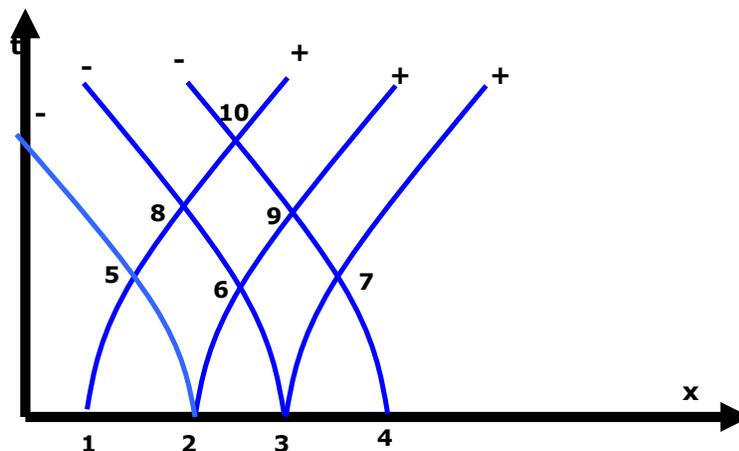
Untuk lebih jelasnya fenomena secara grafis dari persamaan karakteristik (+) dan karakteristik (-) adalah sebagai berikut ini.

Gambaran secara fisik cara kerja metode karakteristik adalah ketika seseorang melempar batu ke sungai. Dengan adanya lemparan tersebut, timbul gelombang ke hulu dan ke hilir, fenomena jalur rambatan gelombang tersebut merupakan karakteristik dari persamaan diferensial di atas. Secara umum jika diketahui v, h, c, Q di titik P dan Q, maka dengan persamaan karakteristik (+) dan (-) v, h, c, Q di titik R diketahui. Untuk lebih jelasnya disajikan pada Gambar III.1 sebagai berikut ini.



Gambar 1. Daerah pengaruh dan daerah yang dipengaruhi R

Daerah yang mempengaruhi R terletak di sebelah bawah titik R dan di bawah karakteristik positif dan negative, maksudnya adalah jika di daerah tersebut terjadi usikan ataupun gangguan pasti usikkan maupun gangguan tersebut akan mempengaruhi titik R. Akan tetapi jika di atas titik R dan di antar 2 karakteristik merupakan daerah yang dipengaruhi titik R. Urutan pengerjaan metode karakteristik dapat dicermati dengan gambar sebagai berikut ini.

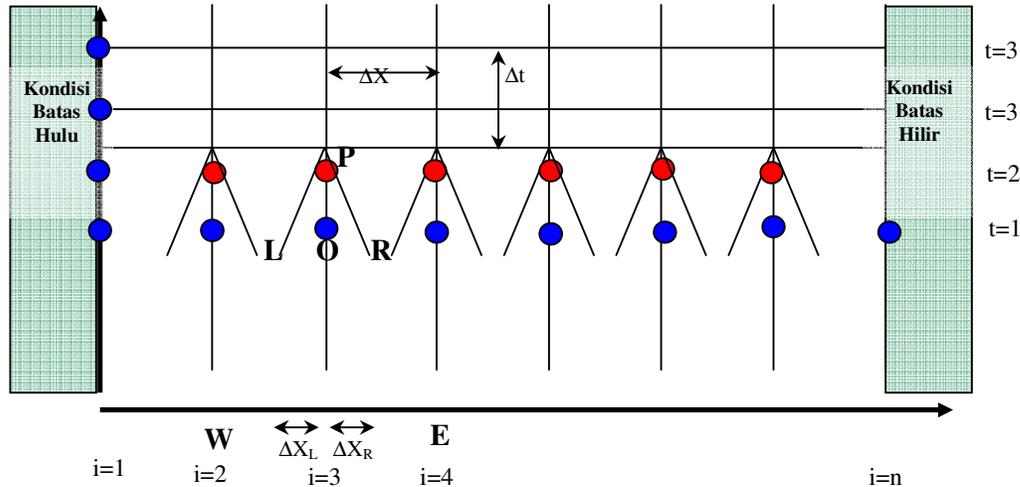


Gambar 2. Skema urutan komputasi metode karakteristik

Dengan mencermati Gambar III.3 di atas, maka informasi hidraulik dari titik 5 dapat ditentukan dari titik 1 dan 2, titik 6 dari 2 dan 3, sedangkan titik 7 didapatkan titik 3 dan 4. Proses selanjutnya adalah dari titik 5 dan 6 didapatkan titik 8, 6 dan 7 didapatkan titik 9 dan selanjutnya.

Dari gambar tersebut di atas, terkadang dijumpai bahwa pertemuan antara lintasan karakteristik (+) dan (-) terkadang tidak dalam satu waktu (segaris), sehingga perlu dilakukan teknik untuk mendapatkan jawaban yang paling baik. Untuk perhitungan secara numerik dilakukan skema rectangular grid (grid persegi) untuk mengetahui parameter-parameter hidraulik dari segenap titik yang ditinjau.

Tinjauan secara grid persegi adalah sebagai berikut ini.



Gambar 3. Grid persegi pada hitungan metode karakteristik

Pada Gambar 3 di atas, untuk menentukan parameter hidraulik dari titik P (al: U_p, h_p, V_p, Q_p) memerlukan informasi parameter hidrolik pada waktu sebelumnya ($t=1$) dari karakteristik (+) maupun karakteristik (-). Pada waktu $t = 1$, informasi parameter hidraulik dari asal karakteristik tersebut juga belum didapatkan, sehingga pada grid persegi ini parameter hidraulik kiri dan kanan titik O didekati dengan interpolasi antara W dan O (untuk karakteristik (+)) dan interpolasi O dan E untuk karakteristik (-). Selanjutnya penentuan ΔX_L dan ΔX_R ditentukan berikut ini.

$$\Delta X_L = \Delta t.(v_o + c_o) \tag{11}$$

$$\Delta X_R = \Delta t.(v_o - c_o) \tag{12}$$

dari interpolasi antara antara L dan O didapatkan

$$v_L = v_O - \frac{\Delta X_L}{\Delta X}(v_O - v_W) \tag{13}$$

$$v_L = v_O - \frac{\Delta X_R}{\Delta X}(v_O - v_E) \tag{14}$$

Sedangkan untuk menentukan V_p dan U_p digunakan persamaan karakteristik (+) antara L dan P, dan penerapan karakteristik (-) dari titik P dan R didapatkan 2 persamaan berikut ini.

$$(v_p + c_p) - (v_L + c_L) = \Delta t.g(S_o - S_f)_L$$

$$(v_p - c_p) - (v_R - c_R) = \Delta t.g(S_o - S_f)_R$$

Untuk mendapatkan nilai u_p adalah dengan menambahkan kedua persamaan di atas didapatkan persamaan u_p adalah sebagai berikut ini.

$$v_p = \frac{v_L + v_R}{2} + (c_L - c_R) + \frac{\Delta t.g}{2} [(S_o - S_f)_L + (S_o - S_f)_R] \tag{15}$$

$$c_p = \frac{v_L - v_R}{4} + (c_L - c_R) + \frac{\Delta t.g}{4} [(S_o - S_f)_L - (S_o - S_f)_R] \tag{16}$$

C. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dimulai dengan tahap persiapan antara lain studi pustaka, telaah landasan teori tentang metode karakteristik, penyusunan model numerik, validasi model, running model numerik dan dilanjutkan analisis dan pembahasan serta penarikan kesimpulan dan saran. Alat yang digunakan dalam penelitian ada adalah : seperangkat komputer dengan processor Pentium 4, RAM 8Mb, software watfor 77, MS Excel, Word 2003, serta printer hp 2400. Sedangkan bahan penelitian berupa permasalahan routing banjir di flume dengan debit banjir di

hulu yang telah ditentukan, data hipotetik flume dengan panjang 9m yang terbuat dari dasar dan dinding acrylic dengan lebar flume 40 cm

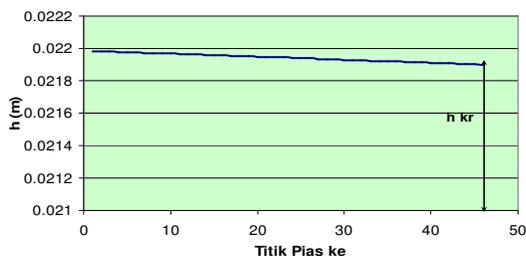
D. HASIL RUNNING MODEL DAN PEMBAHASAN

Syarat batas hulu berupa debit banjir yang telah ditentukan oleh penulis dan dialirkan ke dalam flume dengan panjang 9 m, B=0.4m, So =0,0001 dan syarat batas hilir berupa terjunan. Syarat batas hulu disajikan pada Gambar 4 sebagai berikut ini.



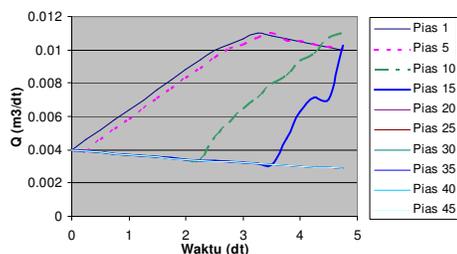
Gambar 4 Hidrograf banjir di pias 1

Sedangkan hasil routing banjir pada kondisi awal disajikan pada Gambar 5 sebagai berikut ini.

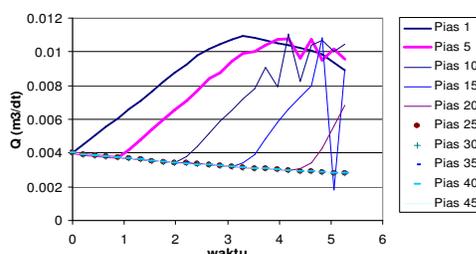


Gambar 5. Grafik routing muka air banjir saat kondisi awal

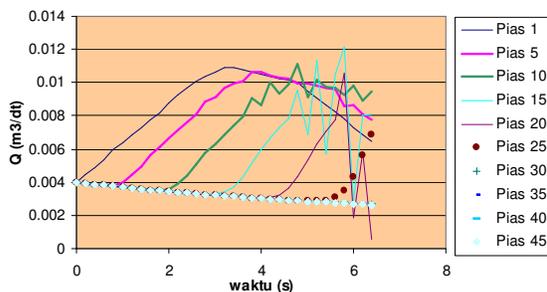
Hasil routing banjir dengan $\Delta t = 0.25s, 0.22 s, 0.20s$ dan $0.18s$ sebagai berikut ini.



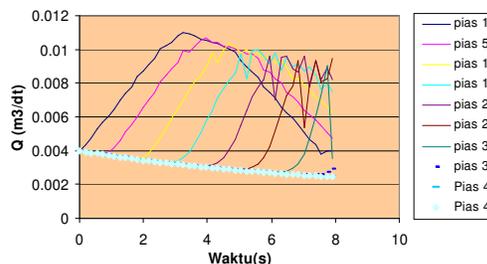
Gambar 6. Routing banjir dengan $\Delta t = 0.25 s$



Gambar 7. Routing banjir dengan $\Delta t = 0.22 s$

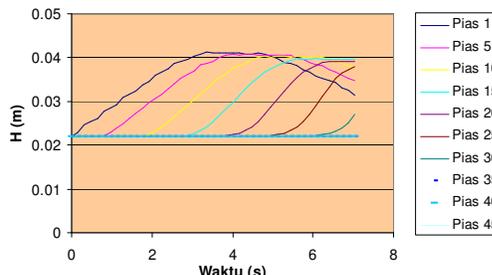
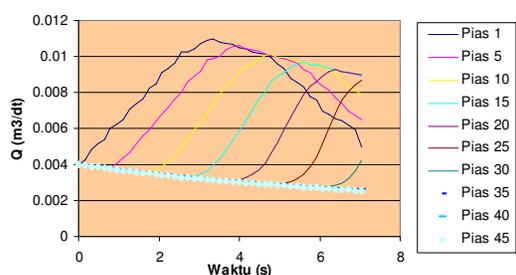


Gambar 8. Routing banjir dengan $\Delta t = 0.20 s$

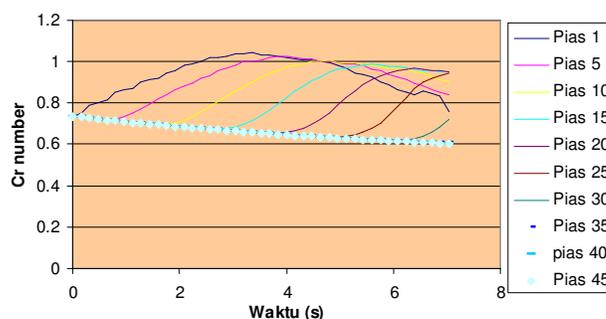


Gambar 9. Routing banjir dengan $\Delta t = 0.18 s$

Sedangkan hasil routing banjir baik itu hidrograf debit, hidrograf kedalaman muka air dan hidrograf kecepatan aliran banjir disajikan pada Gambar 10, Gambar 11 dan Gambar 12 sebagai berikut ini.



Gambar 10. Hidrograf debit banjir dengan $\Delta t = 0.16$ s Gambar 11. Hidrograf kedalaman aliran $\Delta t = 0.16$ s



Gambar 12. Bilangan Courant (Cr) dengan $\Delta t = 0.16$ s

Dengan mencermati Gambar 6 di atas, running model dengan $\Delta t = 0.25$ s, mulai terjadi ketidakstabilan numerik mulai pias 10, dan pias 15 waktu running hanya sekitar 4.75 s, hal ini disebabkan terjadi penghentian model karena setelah osilasi (ketidakstabilan numerik) didapatkan parameter hidrolis negatif, sehingga untuk penghitungan parameter hidraulika lainnya yang merupakan akar kwadrat dari parameter negative tersebut akan terjadi error program. Pada running model dengan $\Delta t = 0.22$ s juga mengalami osilasi dimulai dari pias 5 sampai dengan pias 15, bahkan pada pias 15 terjadi guncangan numerik yang cukup nyata (Lihat Gambar 7). Pada running model dengan $\Delta t = 0.20$ s masih terjadi ketidakstabilan numerik dimulai dengan pias 10 s/d pias 20. Guncangan numerik juga relative besar terutama pada pias 20. Running model dengan $\Delta t = 0.18$ s juga mengalami guncangan numerik, walaupun tidak sebesar pada running model sebelumnya. Pada running ini, walaupun terjadi ketidakstabilan numerik, akan tetapi secara grafik guncangan numerik tersebut lebih harmonis.

Running model dengan $\Delta t = 0.16$ s relative stabil dibanding dengan 4 running model lainnya, hal ini dapat dicermati dari Gambar 10 dan Gambar 11. Debit banjir secara konsisten teredam dari hulu ke hilir dan terdifusi secara logis. Jika mencermati bilangan Courant pada Gambar 12, terlihat bahwa ada sebagian kecil nilai Cr di atas 1.0, yaitu pias 1 (sebesar 1.004166) dan pada maksimum bilangan courant pias 5 sebesar 1.02548, akan tetapi jika dilihat secara grafik hasil hitungan numerik dari model masih menunjukkan kestabilan.

Penyimpangan puncak banjir pada pias 10, pias 20 dan pias 35 ditunjukkan pada Tabel 1.berikut ini. Dari tabel 1. tersebut di atas, dapat disimpulkan bahwa bahwa hitungan numerik pada $\Delta t = 0.25$ s/d $\Delta t = 0.18$ s mempunyai penyimpangan yang signifikan terutama di daerah tengah flume, sedangkan di daerah hilir sama dengan running model yang paling stabil ($\Delta t = 0.16$ s). Dari hasil numerik ini, maka hasil running model selain $\Delta t = 0.16$ s tidak dapat diterima secara valid.

Tabel 1 Kesalahan Qmaks Pias 10,20 dan 35

Pias 10		
Step Waktu	Qmak (m³/dt)	Error %
dt =0.16	0.01014	0.00%
dt =0.18	0.01033	1.87%
dt=0.20	0.01114	9.86%
dt =0.22	0.01106	9.07%
dt =0.25	0.01101	8.58%
Pias 20		
Step Waktu	Qmak (m³/dt)	Error %
dt =0.16	0.00927	0.00%
dt =0.18	0.00963	3.88%
dt=0.20	0.01054	13.70%
dt =0.22	0.00681	-26.54%
dt =0.25	0.004	-56.85%
Pias 35		
Step Waktu	Qmak (m³/dt)	Error %
dt =0.16	0.004	0.00%
dt =0.18	0.004	0.00%
dt=0.20	0.004	0.00%
dt =0.22	0.004	0.00%
dt =0.25	0.004	0.00%

E. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan

Setelah dilakukan analisis dan pembahasan di atas maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut ini.

- Pemodelan routing banjir di flume dengan metode karakteristik berhasil dengan baik.
- Hasil routing banjir dengan tahap waktu hitungan ($\Delta t = 0.16$ dt) merupakan keluaran model numerik yang paling stabil dan benar.
- Hasil routing banjir dengan model karakteristik dengan tahapan waktu hitungan $\Delta t = 0.25$ dt, $\Delta t = 0.20$ dt dan $\Delta t = 0.18$ dt tidak stabil.
- Maksimum Bilangan Courant yang didapatkan dari routing banjir dengan $\Delta t = 0.16$ s adalah 1.05248 dan masih stabil.
- Maksimum penyimpangan puncak banjir pada pias 10 adalah 9.86% ($\Delta t = 20$ s), pias 20 sebesar -56.85% ($\Delta t = 0.25$ s), dan pada pias 35 0.0% untuk semua running Δt (baik $\Delta t = 0.25$ s,0.22s,0.20s,0.18s dan 0.16s).

2. Saran

Beberapa saran untuk penelitian lanjut dari metode numerik untuk routing banjir adalah sebagai berikut ini

- Perlu dilakukan penelitian lanjut sehingga pada masing-masing grid berbeda jarak pias maupun Δt sehingga akan didapatkan hasil keluaran model yang stabil dan Bilangan courant mendekati 1.0.
- Perlu dilakukan pemodelan numerik untuk teknik advatif model, sehingga model numerik akan mencari Δt dan Δy yang paling optimum sehingga didapatkan keluaran model yang terbaik.
- Model yang dibangun di atas khusus untuk kondisi hilir adalah terjunan, sehingga model tersebut perlu diubah algoritma programnya jika kondisi hilir merupakan rating curve ($Q = f(h)$).

F. DAFTAR PUSTAKA

- Andre Paguler (1988), *Surface flows during high floods in towns*, Institut National des Sciences Appliquées) de Lyon, Perancis
- Chanson, H (2004), *Enviromental Hydraulics of Open Channel Flow*, Elsevier
- E.Mignot dkk (2003), *Impac Flood Propagation Case study The flooding of sumacarcel after Tous Dam Break Semagref France*, Impact Project Workshop, Louvain le Neuve, Belgia
- Kaceniauskas (2005), *Dam break flow simulation by the pseudeo concentration method*, Jurnal mechanica, Vildinius, Geldiminas Technical University, Lithuania
- Sleigh and Goodwill, 2000, *The St Venant Equation*, School of Civil Engineering, University of Leed, England
- Suares Frazao dkk (2000), *Dam break flow in a channel with sudden enlargement*, congress XXX IAHR, Thesaloniki, Yunani

Zaver Boskus dan Ali Kasap (1997), *Comparison of Physical and Numerical Dam-Break Simulations*, *Jurnal of Engineering & Sciences*, Thesis in Civil Engineering at Middle East Technical, University, Ankara-Turkey.