

## Proses Poisson dalam Estimasi Total Klaim

Anna Chadidjah<sup>1)</sup>

Susi Susanti<sup>2)</sup>

Achmad Zanbar Soleh<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>Dosen Departemen Statistika FMIPA Unpad

<sup>2)</sup>Alumni Departemen Statistika FMIPA Unpad

<sup>3)</sup>Dosen Departemen Statistika FMIPA Unpad

Dalam menentukan estimasi total klaim, salah satu metode digunakan dengan memperhatikan banyaknya klaim dan besar klaim yang diajukan oleh peserta asuransi. Pada kasus banyak klaim yang datang bersifat tidak pasti, perlu dilakukan pengamatan klaim selama periode tertentu. Peluang peserta asuransi yang mengajukan klaim lebih kecil dibandingkan dengan peserta asuransi yang tidak mengajukan klaim, dan antar kejadian klaim bersifat independen. Sehingga banyak klaim yang diajukan pada setiap periode (bulan) berdistribusi Poisson. Karena dalam penelitian ini yang diperhatikan adalah peserta yang mengajukan klaim, maka distribusi Poisson yang digunakan tidak mencakup banyak klaim nol. Parameter pada distribusi Poisson tersebut dihitung dengan menggunakan fungsi hazard waktu antar kedatangan klaim yang diasumsikan berdistribusi Generalized Pareto  $(\mu, \sigma)$ . Karena intensitas kedatangan klaim pada setiap bulan tidak konstan, maka digunakan Proses Poisson Non Homogen. Distribusi yang mungkin untuk besar klaim adalah: distribusi Cauchy, Beta, Weibull, Reyleigh dan beberapa distribusi eksponen lainnya. Pada kasus ini besar klaim berdistribusi Weibull  $(\alpha, \beta)$ . Estimasi total klaim dihitung berdasarkan perkalian rata-rata banyaknya klaim dan rata-rata besar klaim. Dari perhitungan tersebut dapat diperoleh nilai estimasi rata-rata total klaim pada satu periode tertentu beserta simpangan bakunya.

**Kata Kunci :** *Total Klaim; Proses Poisson Non Homogen Terpancung; Distribusi Poisson Terpancung; Distribusi Generalized Pareto; Distribusi Weibull*

### 1. Pendahuluan

Salah satu cara yang bisa digunakan untuk menghitung total klaim adalah menggunakan pendekatan proses Poisson dengan memperhatikan jenis data yang digunakan dan melihat pendekatan dari data banyaknya klaim, besar klaim, maupun waktu antar kedatangan klaim. Proses Poisson tersebut digunakan karena klaim yang datang bersifat tidak pasti sehingga perlu dilakukan pengamatan klaim selama periode tertentu. Untuk kasus banyaknya klaim

yang diajukan setiap periode berdistribusi Poisson, peluang peserta yang mengajukan klaim lebih kecil dibandingkan dengan peserta yang tidak mengajukan klaim dan sifat terjadinya klaim tidak pasti serta antar kejadian klaim bersifat independen. Dalam hal ini yang diperhatikan adalah peserta yang mengajukan klaim, sehingga distribusi Poisson yang digunakan tidak mencakup banyak klaim nol (terpancung di nol). Parameter pada distribusi Poisson tersebut dihitung dengan menggunakan fungsi hazard waktu antar kedatangan klaim yang diasumsikan berdistribusi Generalized Pareto. Pada kasus dimana intensitas kedatangan klaim pada setiap periode tidak konstan, maka digunakan Proses Poisson Non Homogen. Total klaim pada penelitian ini merupakan agregat klaim selama periode waktu tertentu sehingga digunakan pendekatan proses Poisson Majemuk. Pada penelitian lain, besar klaim berdistribusi Lognormal [1], sedangkan pada penelitian ini besar klaim diasumsikan berdistribusi Weibull.

Oleh karena itu, pada penelitian ini total klaim akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan Proses Poisson Non Homogen Majemuk Terpancung. Pendekatan-pendekatan tersebut akan dikaitkan dengan fenomena yang ada sehingga diharapkan dapat merepresentasikan total klaim yang akan dibayarkan pada periode waktu tertentu.

## 2. Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, variabel-variabel yang digunakan adalah sebagai berikut :

- $N(t)$  : variabel acak banyaknya klaim sampai waktu ke  $t$  dengan  $t \geq 0$
- $X_i$  : variabel acak besar klaim ke- $i$  dengan  $i = 1, 2, \dots, N(t)$
- $S(t)$  : variabel acak total klaim sampai waktu  $t$  dengan  $t \geq 0$
- $t$  : variabel acak waktu antar kedatangan klaim
- $k$  : banyaknya individu yang mengajukan klaim
- $N_p$  : banyaknya populasi yang mungkin mengajukan klaim

### 2.1 Banyaknya Klaim

Banyaknya klaim diharapkan sekecil mungkin sehingga diperlukan suatu pendekatan distribusi yang bisa mengcover suatu kejadian dengan peluang kejadiannya kecil. Pada penelitian ini, yang akan dihitung adalah peserta yang mengajukan klaim dimana peluang kejadiannya kecil dan antar kejadian klaim diasumsikan saling independen sehingga pendekatan yang mendukung fenomena ini adalah proses Poisson. Banyaknya klaim yang terjadi pada saat ke- $t$  sampai ke- $t+s$  bersifat tidak konstan sehingga digunakan Proses Poisson Non Homogen [2]. Pada setiap periode waktunya selalu terjadi klaim sehingga peluang tidak terjadinya klaim dianggap nol. Oleh karena itu, perlu dilakukan suatu modifikasi yaitu dengan pendekatan distribusi Poisson terpancung di nol.

Proses Poisson Non Homogen dengan pendekatan distribusi Poisson terpancung memiliki fungsi densitas sebagai berikut : [5]

$$P(N(t) = k | k > 0) = \begin{cases} \frac{(\lambda(t))^k e^{-\lambda(t)}}{k! (1 - e^{-\lambda(t)})} ; k = 1, 2, 3, \dots \\ 0 ; \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.1)$$

## 2.2 Estimasi Rata-rata dan Simpangan Baku Banyaknya Klaim

Berdasarkan Persamaan (2.1), rata-rata banyaknya klaim dengan pendekatan distribusi Poisson terpancing dapat dihitung melalui persamaan berikut : [5] dalam [7]

$$E[N(t)] = \frac{\lambda(t)e^{\lambda(t)}}{e^{\lambda(t)} - 1}, \quad (2.2)$$

sedangkan variansinya yaitu :

$$Var[N(t)] = \frac{\lambda(t)e^{\lambda(t)}}{e^{\lambda(t)} - 1} \left[ 1 - \frac{\lambda(t)}{e^{\lambda(t)} - 1} \right], \quad (2.3)$$

Taksiran parameter  $\lambda(t)$  dapat diperoleh dengan suatu cara untuk mengubah Proses Poisson Non Homogen menjadi Proses Poisson Homogen sehingga diperlukan fungsi intensitas dari parameter  $\lambda(t)$  yang diperoleh dari perkalian rata-rata populasi yang mungkin mengajukan klaim dan fungsi *hazard* dari distribusi waktu antar kedatangan klaim [7]. Misalkan  $\lambda(t)$  menyatakan fungsi intensitas kedatangan dimana

$$\lambda(t) = \int_{t_1}^{t_2} N_p(t)h(t)dt \quad (2.4)$$

dengan  $h(t)$  merupakan fungsi *hazard* distribusi waktu antar kedatangan klaim,  $t_1$  merupakan hari kerja pertama pada bulan tertentu, sedangkan  $t_2$  merupakan hari kerja terakhir pada bulan tertentu. Pada penelitian ini, waktu antar kedatangan diasumsikan berdistribusi Generalized Pareto dengan parameter  $\mu$  dan  $\sigma$ .

Fungsi intensitas  $\lambda(t)$  bisa diperoleh dengan mencari fungsi *hazard* distribusi Generalized Pareto sebagai berikut :

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad (2.5)$$

dengan  $f(t)$  adalah fungsi densitasnya yaitu :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{(t-\mu)}{\sigma}\right) & k = 0, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.6)$$

sedangkan  $F(t)$  adalah fungsi kumulatifnya yaitu :

$$F(t) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{(t-\mu)}{\sigma}\right) & k = 0, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.7)$$

## 2.3 Besar Klaim

Distribusi yang mungkin untuk besar klaim adalah distribusi *Cauchy*, *Beta*, *Weibull*, *Reyleigh*, dan beberapa distribusi Eksponensial [6]. Pada penelitian, besar klaim diasumsikan berdistribusi Weibull.

Misalkan  $X$  adalah variabel acak besar klaim yang berdistribusi Weibull dengan parameter bentuk ( $\alpha$ ) dan parameter skala ( $\beta$ ). Fungsi densitas distribusi Weibull adalah sebagai berikut : [4]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right) & ; x > 0, \alpha, \beta > 0 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.3.1 Estimasi Rata-rata dan Simpangan Baku Besar Klaim

Berdasarkan Persamaan (8), rata-rata dari distribusi Weibull dapat dihitung melalui persamaan berikut :[4]

$$E[X_i] = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \quad (2.9)$$

sedangkan variansinya yaitu :

$$\text{Var}[X_i] = \beta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left[ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]^2 \right\}. \quad (2.10)$$

Dengan menggunakan metode penaksir *maximum likelihood*, diperoleh penaksir parameter  $\beta$

$$\hat{\beta} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\alpha}}}{n} \right)^{\frac{1}{\hat{\alpha}}}, \quad (2.11)$$

sedangkan penaksir parameter  $\alpha$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^{\hat{\alpha}} \ln x_i)}{\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\alpha}}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i. \quad (2.12)$$

Karena penaksir parameter  $\alpha$  mempunyai bentuk yang implisit, maka diperlukan proses iterasi numerik seperti metode Newton Raphson .

## 2.4 Total Klaim

Berdasarkan asumsi-asumsi , proses total klaim  $\{S(t), t \geq 0\}$  disebut proses Poisson majemuk dimana

$$S(t) = f(N(t), X_i).$$

Karena total klaim  $S(t)$  bergantung pada distribusi  $N(t)$  dan  $X_i$  yang saling independen, maka persamaan di atas bisa dituliskan sebagai berikut :

$$S(t) = X_1 + X_2 + \dots + X_{N(t)}, \text{ untuk } t \geq 0.$$

Dari persamaan di atas dapat dilihat bahwa  $S(t)$  merupakan penjumlahan dari variabel acak besarnya klaim.

### 2.4.1 Estimasi Titik Total Klaim dan Simpangan Baku Total Klaim

Rata-rata dan variansi total klaim dapat dihitung melalui persamaan berikut :

$$E[\bar{S}(\bar{t})] = E[X_1 + X_2 + \dots + X_{N(\bar{t})}],$$

dengan variabel  $N(t)$  dan  $X_i$  diasumsikan saling independen.

Dengan adanya sifat invarians pada penaksir *maximum likelihood*, maka total klaim dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$E[\bar{S}(\bar{t})] = E[\bar{X}_i] E[\bar{N}(\bar{t})]$$



$$= \hat{\beta} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\hat{\alpha}} \right) \frac{\lambda(\hat{t}) e^{\lambda(\hat{t})}}{(e^{\lambda(\hat{t})} - 1)} \quad (2.13)$$

sedangkan variansinya yaitu :

$$\begin{aligned} \widehat{Var}[S(\hat{t})] &= \widehat{Var}[X_i] E[\widehat{N}(\hat{t})] + (E[X_i])^2 \widehat{Var}[\widehat{N}(\hat{t})] \\ &= \hat{\beta}^2 \left\{ \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\hat{\alpha}} \right) - \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\hat{\alpha}} \right) \right]^2 \right\} \frac{\lambda(\hat{t}) e^{\lambda(\hat{t})}}{(e^{\lambda(\hat{t})} - 1)} \\ &+ \left( \hat{\beta} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\hat{\alpha}} \right) \right)^2 \frac{(\lambda(\hat{t}) e^{\lambda(\hat{t})})^2}{(e^{\lambda(\hat{t})} - 1)} \left[ 1 - \frac{\lambda(\hat{t})}{(e^{\lambda(\hat{t})} - 1)} \right]. \quad (2.14) \end{aligned}$$

Dari Persamaan (2.14) di atas dapat dihitung simpangan baku total klaim dengan mengakarkan variansi total klaim.

#### 2.4.2 Estimasi Interval Total Klaim

Agar interval dengan taraf signifikansi sebesar 10% dapat diperoleh, maka diperlukan pendekatan pertidaksamaan Chebyshev [3]. Dalam penelitian ini, yang akan dihitung hanya batas atas total klaim. Hal ini dikarenakan total klaim selalu bernilai positif. Secara umum, perumusannya dapat dilihat sebagai berikut :

$$P \left( |\mu - \hat{\mu}| \geq k \sqrt{\sigma^2} \right) \leq \frac{1}{k^2}, \quad (2.15)$$

sehingga diperoleh batas atas total klaim

$$\mu = \hat{\mu} + k \sqrt{\sigma^2}. \quad (2.16)$$

### 3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dalam penelitian ini digunakan data banyak klaim dan besar klaim yang diajukan rumah sakit kepada BPJS Kesehatan pada bulan Agustus – September 2014 dengan gambaran data seperti pada Tabel 3.1 sebagai berikut :

Berdasarkan hasil pengujian, data banyaknya klaim masing-masing tipe rumah sakit berdistribusi Poisson ( $N_r(t) \sim \text{Poisson}(\lambda_r(t))$ ) dengan  $r = A, B, C, D$ . Berdasarkan data yang ada, banyaknya klaim pada bulan Februari – Juli 2014 untuk masing-masing tipe rumah sakit dapat dilihat pada Tabel 3.1

**Tabel 3.1 Data Klaim Rawat Inap Rumah Sakit**

Tipe Rumah Sakit	Klaim ke-	Tanggal Klaim Diajukan	Waktu Antar Kedatangan Klaim (Hari Kerja)	Besar Klaim (Rp)
A	A1	11/02/2014	30	845.893.757

A	A2	13/03/2014	52	2.494.044.717
A	A3	25/03/2014	60	1.774.172.210
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
D	D40	22/07/2014	145	86.968.671
D	D41	22/07/2014	145	331.150.880
D	D42	22/07/2014	145	825.884.980

Sumber : BPJS Kesehatan KCU Bandung, data diolah

Pada Tabel 3.2 dapat dilihat bahwa banyaknya klaim setiap bulannya tidak konstan sehingga untuk menghitung nilai parameter  $\lambda(t)$  diperlukan suatu pendekatan Proses Poisson Non Homogen dengan  $t$  merupakan variabel acak waktu antar kedatangan klaim yang mengikuti suatu distribusi.

Sedangkan waktu antar kedatangan klaim masing-masing tipe rumah sakit berdistribusi Generalized Pareto ( $T_r \sim \text{Generalized Pareto}(\mu_r, \sigma_r)$ ) dimana  $r = A, B, C, D$ . Adapun besaran klaim masing-masing tipe rumah sakit berdistribusi Weibull ( $X_r \sim \text{Weibull}(\alpha_r, \beta_r)$ ) dengan  $r = A, B, C, D$ .

**Tabel 3.2 Banyaknya Klaim Masing-masing Tipe Rumah Sakit pada Bulan Februari – Juli 2014**

Bulan	Banyaknya Klaim			
	Tipe A	Tipe B	Tipe C	Tipe D
Februari	1	1	1	1
Maret	5	11	10	10
April	1	10	9	5
Mei	4	11	9	8
Juni	4	17	11	11
Juli	3	10	8	7

Sumber : BPJS Kesehatan, data diolah

### 3.1 Estimasi Rata-rata dan Simpangan Baku Banyaknya Klaim dan Besar Klaim

Setelah mengetahui distribusi banyaknya klaim, waktu antar kedatangan klaim, dan besar klaim masing-masing tipe rumah sakit, maka dapat dihitung nilai taksiran parameter

distribusi tersebut untuk mengestimasi rata-rata dan simpangan baku banyaknya klaim, besar klaim, dan total klaim masing-masing tipe rumah sakit.

### 3.1.1 Estimasi Parameter Distribusi Generalized Pareto

Waktu antar kedatangan berdistribusi Generalized Pareto dengan parameter  $\mu$  dan  $\sigma$ . Dengan metode *maximum likelihood* diperoleh penaksir masing-masing parameter seperti Tabel 3.3 berikut :

**Tabel 3.3 Taksiran Parameter Distribusi Generalized Pareto**

Tipe Rumah Sakit	Taksiran Parameter	
	$\mu_r$	$\sigma_r$
Tipe A	38,797	117,85
Tipe B	38,676	143,90
Tipe C	35,498	130,31
Tipe D	36,540	137,71

### 3.1.2 Estimasi Parameter Distribusi Poisson Terpancing

Setelah diperoleh taksiran parameter dari distribusi waktu antar kedatangan, diperlukan fungsi hazard untuk mendapatkan fungsi intensitas  $\lambda(t)$ . Berdasarkan Persamaan (2.5) diperoleh fungsi hazard distribusi Generalized Pareto untuk masing-masing tipe rumah sakit sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 h_A(t) &= \begin{cases} \frac{0,00848 \exp(-0,00848t + 0,32921)}{1 - (\exp(-0,00848t + 0,32921))} & ; t > 0 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases} \\
 h_B(t) &= \begin{cases} \frac{0,00695 \exp(-0,00695t + 0,26877)}{1 - (\exp(-0,00695t + 0,26877))} & ; t > 0 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases} \\
 h_C(t) &= \begin{cases} \frac{0,00767 \exp(-0,00767t + 0,27241)}{1 - (\exp(-0,00767t + 0,27241))} & ; t > 0 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases} \\
 h_D(t) &= \begin{cases} \frac{0,00726 \exp(-0,00726t + 0,26534)}{1 - (\exp(-0,00726t + 0,26534))} & ; t > 0 \\ 0 & ; \text{lainnya} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Setelah diketahui fungsi hazard dari masing-masing distribusi, dihitung populasi yang mungkin mengajukan klaim ( $N_p(t)$ ). Nilai parameter  $\lambda(t)$  dihitung dengan menggunakan Persamaan (4). Sebagai contoh,  $N_B^B(t)$  sampai saat ke- $t$  sekitar 71,  $t_1 = 153$  dan  $t_2 = 173$  sehingga nilai parameter  $\lambda_B(t)$  pada bulan Agustus 2014 adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \lambda_B(t) &= \int_{153}^{173} 71 \cdot \frac{0,00695 \exp(-0,00695t + 0,26877)}{1 - (\exp(-0,00695t + 0,26877))} dt \\
 &= 9,7738 \approx 10
 \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa intensitas kedatangan klaim rumah sakit tipe B selama bulan Agustus adalah 10. Setelah itu, rata-rata dan variansi banyaknya klaim dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.(2) dan 2.(3) dengan cara sebagai berikut :

$$E_B[\widehat{N}(t)] = \frac{9,7738e^{9,7738}}{e^{9,7738} - 1}$$

$$= 9,7744$$

$$Var_B[\widehat{N}(t)] = \frac{9,7738e^{9,7738}}{e^{9,7738} - 1} \left[ 1 - \frac{9,7738}{e^{9,7738} - 1} \right]$$

$$= 9,7689$$

Sehingga simpangan bakunya adalah

$$\sigma_{\widehat{N}(t)} = \sqrt{Rp\ 5.174.856.526.918.770.000}$$

$$= 3,1255$$

Dari perhitungan di atas dapat dilihat bahwa rata-rata banyaknya klaim yang akan diajukan oleh rumah sakit tipe B kepada pihak BPJS pada bulan Agustus 2014 sebesar 10 klaim dan simpangan baku sebesar 3 klaim. Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan rata-rata dan simpangan baku banyaknya klaim untuk masing-masing tipe rumah sakit pada bulan Agustus – September 2014 seperti Tabel 3.4 .

**Tabel 3.4 Estimasi Rata-rata dan Simpangan Baku Banyaknya Klaim pada Bulan Agustus – September 2014**

Tipe Rumah Sakit	Bulan	$\lambda_r(t)$	Rata-Rata Banyaknya Klaim	Simpangan Baku Banyaknya Klaim
Tipe A	Agustus	2,9389	3,1032	1,6104
	September	3,0859	3,2336	1,6601
Tipe B	Agustus	9,7738	9,7744	3,1255
	September	10,2625	10,2629	3,2030
Tipe C	Agustus	7,7885	7,7917	2,7868
	September	8,1779	8,8180	2,8568
Tipe D	Agustus	6,8453	6,8526	2,6082
	September	7,1876	7,1930	2,6747

Pada Tabel 3.4 di atas dapat dilihat bahwa BPJS Kesehatan harus bisa mengantisipasi klaim rumah sakit tipe B sebanyak lebih kurang sepuluh kali pada bulan Agustus dan sebelas kali pada bulan September. Begitupun dengan banyak klaim yang diajukan oleh rumah sakit tipe lainnya. Selain itu, dapat diperoleh informasi bahwa estimasi banyaknya klaim yang diajukan masing-masing tipe rumah sakit dapat merepresentasikan data empiris banyak klaim. Banyaknya klaim yang diajukan selama bulan Agustus – September 2014 sesuai

dengan batas minimal pengajuan klaim dimana pada kasus ini rumah sakit selalu mengajukan klaim setiap bulannya.

### 3.1.2 Estimasi Parameter Distribusi Weibull

Besarnya klaim yang diajukan oleh pihak rumah sakit kepada pihak BPJS setiap bulannya cukup besar. Pada kasus ini, biasanya besar klaim berkumpulan dan nilai-nilai yang relatif kecil. Hal ini sesuai dengan harapan bahwa nilai besar klaim yang kecil peluangnya sebesar mungkin, sedangkan nilai besar klaim yang besar peluangnya sekecil mungkin. Besar klaim berdistribusi Weibull dengan parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ . Dengan metode *maximum likelihood* pada Persamaan (2.11) dan (2.12) diperoleh penaksiran masing-masing parameter seperti Tabel 3.5 berikut :

**Tabel 3.5 Taksiran Parameter Distribusi Weibull**

Tipe Rumah Sakit	Taksiran Parameter	
	$\alpha_T$	$\beta_T$
Tipe A	0,75261	9.486.300.000
Tipe B	1,07660	2.517.800.000
Tipe C	1,31580	937.430.000
Tipe D	0,88475	304.760.000

Selanjutnya bisa dihitung rata-rata dan variansi dari besar klaim untuk masing-masing tipe rumah sakit dengan menggunakan Persamaan (2.9) dan (2.10). Sebagai contoh dilakukan estimasi rata-rata dan simpangan baku besar klaim rumah sakit tipe B seperti berikut :

$$\begin{aligned} \widehat{E_B}[X_i] &= (2.517.800.000) \Gamma\left(1 + \frac{1}{1,07660}\right) \\ &= (2.517.800.000) \Gamma(1,928850084) \\ &= Rp 2.447.241.928 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{Var_B}[X_i] &= (2.517.800.000)^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{1,07660}\right) - \left[ \Gamma\left(1 + \frac{1}{1,07660}\right) \right]^2 \right\} \\ &= (2.517.800.000)^2 [\Gamma(2,857700167) - [\Gamma(1,928850084)]^2] \\ &= Rp 5.174.856.526.918.770.000 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh simpangan baku sebesar

$$\begin{aligned} \widehat{\sigma_{B X_i}} &= \sqrt{Rp 5.174.856.526.918.770.000} \\ &= Rp 2.274.830.659 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan rata-rata dan simpangan baku besar klaim untuk masing-masing tipe rumah sakit seperti Tabel 3.6 berikut :

**Tabel 3.6 Estimasi Rata-rata dan Simpangan Baku Besar Klaim untuk Masing-masing Tipe Rumah Sakit**

Tipe Rumah Sakit	Rata-rata Besar Klaim	Simpangan Baku Besar Klaim
Tipe A	Rp 11.262.600.189	Rp 15.178.088.336
Tipe B	Rp 2.447.241.928	Rp 2.274.830.659
Tipe C	Rp 863.723.160	Rp 662.437.331
Tipe D	Rp 323.735.272	Rp 366.769.552

Berdasarkan Tabel 3.6 dapat dilihat bahwa simpangan baku besar klaim rumah sakit tipe A dan tipe D lebih besar dibandingkan rata-rata besar klaim. Hal ini mengindikasikan kemungkinan adanya pencilan atau nilai esktrim pada data besar klaim rumah sakit tipe A dan tipe D.

### 3.2 Estimasi Total Klaim

Setelah diperoleh rata-rata dan variansi banyaknya klaim dan besar klaim, maka total klaim bisa diestimasi. Sebab estimasi total klaim bergantung kepada banyaknya klaim dan besar klaim.

Untuk menghitung estimasi titik rata-rata dan variansi total klaim yang diajukan rumah sakit digunakan Persamaan (2.13) dan (2.14). Sebagai contoh, estimasi rata-rata dan simpangan baku rumah sakit tipe B pada bulan Agustus seperti berikut :

$$E_B[\bar{S}(t)] = (2.447.241.928)(9,7744) \\ = Rp 23.920.305.713$$

$$Var_B[\bar{S}(t)] = (2.274.830.961)^2(9,7744) + (2.447.241.968)^2(9,7689) \\ = Rp 109.087.281.130.189.000.000$$

sehingga simpangan bakunya

$$\sigma_B[\bar{S}(t)] = \sqrt{Rp 109.087.281.130.189.000.000} = Rp 10.444.484.946$$

Dengan cara yang sama dapat dihitung estimasi rata-rata dan simpangan baku total klaim untuk masing-masing tipe rumah sakit seperti yang tercantumkan pada Tabel 3.7 berikut :

Berdasarkan nilai pada Tabel 3.7 dapat diartikan bahwa total klaim yang harus dibayarkan BPJS Kesehatan kepada rumah sakit tipe B pada bulan Agustus 2014 adalah sebesar **Rp 23.920.304.713**, sedangkan simpangan baku total klaim adalah sebesar **Rp 10.444.484.946**. Selain itu, dapat dilihat bahwa nilai simpangan baku total klaim total klaim pada rumah sakit tipe A sangat besar sehingga akan menyebabkan selang interval total klaim yang besar. Hal ini dikarenakan nilai klaim pada rumah sakit tipe A sangat bervariasi. Akan tetapi, pada penelitian ini perhitungan total klaim hanya berdasarkan tipe rumah sakit tanpa melihat faktor-faktor lain yang mempengaruhi nilai klaim.

**Tabel 3.7 Estimasi Titik Total Klaim dan Simpangan Baku Total Klaim Masing-masing Tipe Rumah Sakit pada Bulan Agustus – September 2014**

Tipe Rumah Sakit	Bulan	Total Klaim	Simpangan Baku Total Klaim
Tipe A	Agustus	Rp 34.949.903.470	Rp 32.309.101.001
	September	Rp 36.419.288.953	Rp 33.083.620.111
Tipe B	Agustus	Rp 23.920.304.713	Rp 10.444.484.946
	September	Rp 25.115.767.253	Rp 10.702.863.159
Tipe C	Agustus	Rp 6.729.891.682	Rp 3.035.322.067
	September	Rp 7.065.440.728	Rp 3.110.986.320
Tipe D	Agustus	Rp 2.218.431.741	Rp 1.278.576.785
	September	Rp 2.328.634.145	Rp 1.310.483.786

Dengan menggunakan Persamaan (2.16) dan taraf signifikansi sebesar 10% diperoleh estimasi batas atas total klaim yang diajukan masing-masing tipe rumah sakit pada bulan Agustus – September 2014 seperti Tabel 3.8 berikut :

**Tabel 3.8 Estimasi Batas Atas Total Klaim Masing-masing Tipe Rumah Sakit pada Bulan Agustus – September 2014**

Tipe Rumah Sakit	Bulan	Batas Atas Total Klaim
Tipe A	Agustus	Rp 137.120.251.786
	September	Rp 141.038.881.746
Tipe B	Agustus	Rp 56.948.666.131
	September	Rp 58.961.192.320
Tipe C	Agustus	Rp 16.328.422.847
	September	Rp 16.903.192.504
Tipe D	Agustus	Rp 6.261.646.547
	September	Rp 6.472.746.039

Dari hasil perhitungan pada Tabel 3.8 di atas diperoleh batas atas total klaim yang harus dibayarkan BPJS Kesehatan kepada rumah sakit tipe A sangat besar. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan khusus untuk menghitung total klaim rumah sakit tipe A kepada BPJS Kesehatan.

Berdasarkan hasil perhitungan yang tercantum pada Tabel 3.7 diperoleh total klaim yang harus dibayarkan BPJS Kesehatan KCU Bandung kepada semua tipe rumah sakit dapat dilihat pada Tabel 3.9 berikut :

**Tabel 3.9 Estimasi Total Klaim dan Simpangan Baku Total Klaim Semua Tipe Rumah Sakit Agustus – September 2014**

Total	Agustus	September
Total Klaim	Rp 67.818.531.606	Rp 70.929.131.079
Simpangan Baku Total Klaim	Rp 47.067.484.800	Rp 48.207.952.835
Batas Atas	Rp 134.282.526.893	Rp 139.003.581.278

Berdasarkan Tabel 3.9, dapat dilihat bahwa BPJS Kesehatan harus menyediakan dana sebesar **Rp 67.818.531.606** dengan batas atas total klaim sebesar **Rp 134.282.526.893** untuk memenuhi kewajibannya kepada rumah sakit pada bulan Agustus 2014 dan **Rp 70.929.131.079** sampai **Rp 139.003.581.278** pada bulan September 2014.

### 3. Simpulan

Totalklaim dapat dihitung dengan menggunakan pendekatan Proses Poisson Non Homogen Majemuk Terpancun

g. Berdasarkan data empiris yang ada, banyaknya klaim berdistribusi Poisson, sedangkan besar klaim berdistribusi Weibull. Banyaknya klaim dapat dihitung dengan menggunakan proses Poisson. Parameter pada distribusi tersebut dihitung berdasarkan fungsi intensitas dengan menggunakan fungsi hazard waktu antar kedatangan yang berdistribusi Generalized Pareto. Karena intensitas kedatangan klaim setiap periodenya tidak konstan, maka digunakan Proses Poisson Non Homogen. Perhitungan estimasi total klaim menggunakan proses Poisson majemuk yang merupakan perkalian banyaknya klaim dan besar klaim.



**Daftar Pustaka**

- [1] Afwan, Mohammad, 2014. *Estimasi Total Dana Klaim Berdasarkan Proses Poisson Majemuk dengan Besar Klaim Berdistribusi Lognormal*. Skripsi, Departemen Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran
- [2] Denuit, Michel *et al.* 2007. *Actuarial Modelling of Claim Counts*. Chichester : John Wiley & Sons Ltd.
- [3] Hogg, R. V., Mc Kean, J. W., and Craig, A. T. 2005. *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson Prentice Hall.
- [4] Johnson, NL and Kotz, Samuel. 1970. *Continuous Univariate Distributions – 1*. Chichester : John Wiley & Sons, Ltd.
- [5] \_\_\_\_\_ . 2005. *Univariate Discrete Distributions (third edition)*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience.
- [6] Pramesti, Getut. 2011. *Distribusi Rayleigh untuk Klaim Agregasi*. Jurnal Media Statistika, Vol. 4 No.2 Desember.
- [7] Springael, Johan. 2006. *On the Sum of Independent Zero-Truncated Poisson Random Variables*. Brussel : University of Antwerp.