

PEMODELAN PENGARUH PANAS TERHADAP ALIRAN FLUIDA KONVEKSI BEBAS YANG MELALUI BOLA BERPORI

Mohamad Tafrikan, Basuki Widodo, Choirul Imron.

Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

kan1213201051@gmail.com, b_widodo@matematika.ac.id,
chairul_imron@matematika.ac.id.

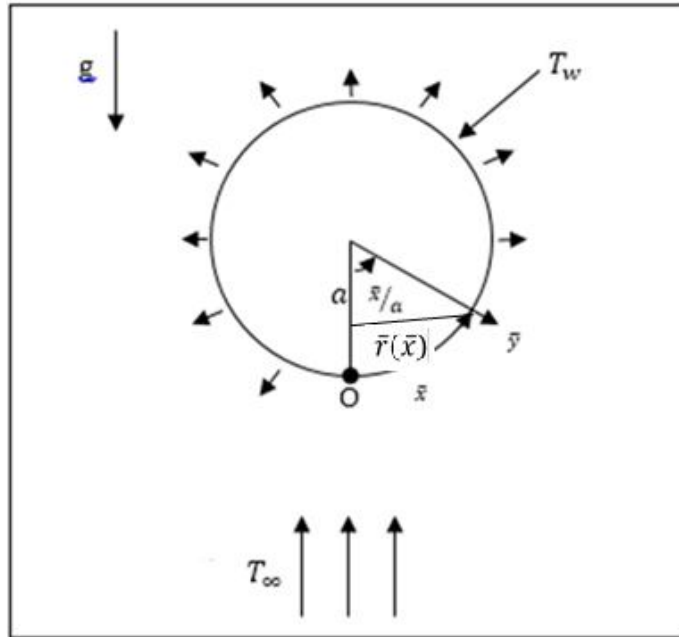
ABSTRAK

Perpindahan panas secara konveksi merupakan perpindahan panas dari satu tempat ke tempat lain yang disebabkan oleh pergerakan fluida. Perpindahan panas tersebut dibagi menjadi dua yaitu konveksi bebas dan konveksi paksa. Konveksi bebas disebabkan oleh gaya apung (*buoyancy forces*) karena perbedaan temperature pada fluida, sedangkan konveksi paksa terjadi ketika fluida dipaksa untuk mengalir di atas permukaan oleh sumber eksternal atau internal[2]. Permasalahan yang diangkat adalah aliran konveksi bebas viskos-elastis yang melalui bola berpori dengan penyelesaian secara numerik menggunakan metode Beda Hingga Tengah. Permasalahan yang mempengaruhi aliran konveksi ini meliputi penurunan kontinuitas, momentum, dan energi. Selanjutnya persamaan pembangun (*Governing Equation*) berdimensi yang terbentuk akan diubah menjadi persamaan pembangun non-dimensi dan kemudian ditransformasi menjadi persamaan pembangun non-similar. Hasil numerik yang diperoleh berkaitan dengan kecepatan, suhu profil, gaya gesek (*skin friction*), dan karakteristik perpindahan panas. Selanjutnya dianalisis dampak dari parameter viskoelastik (K), konveksi bebas (A), parameter pergerakan bilangan Prandtl (Pr) terhadap distribusi profil laju (f^*), temperatur profil (θ), gesekan kulit (C_f), dan temperatur dinding ($\theta_w(x)$).

Kata Kunci : konveksi alir bebas; viskos-elastis; bola berpori

1. PENDAHULUAN

Perpindahan panas secara konveksi merupakan perpindahan panas dari satu tempat ke tempat lain yang disebabkan oleh pergerakan fluida. Perpindahan panas tersebut dibagi menjadi dua yaitu konveksi bebas dan konveksi paksa. Konveksi bebas disebabkan oleh gaya apung (*buoyancy forces*) karena perbedaan temperature pada fluida, sedangkan konveksi paksa terjadi ketika fluida dipaksa untuk mengalir di atas permukaan oleh sumber eksternal atau internal[2]. Aliran konveksi bebas yang melewati permukaan sebuah bola berpori diilustrasikan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1. Aliran fluida pada permukaan bola berpori

Lapisan batas yang terbentuk dari aliran tersebut dianalisa gaya gesek fluidanya dengan permukaan bola, suhu dinding permukaan bola, dan profil laju fluida. Suhu merupakan factor utama yang mempengaruhi ketebalan suatu lapisan batas dan apabila semakin tinggi suhunya mengakibatkan lapisan batas semakin kecil. Sehingga kondisi tersebut dapat mengakibatkan profil laju fluida semakin cepat dan gaya gesek semakin kecil. Sebaliknya, apabila semakin rendah suhu disekitar permukaan akan dapat mempengaruhi lapisan batas yang semakin tinggi, sehingga kondisi tersebut mengakibatkan profil laju fluida bergerak lambat dan gaya gesek yang semakin besar[1]. Persamaan pembangun yang terdiri dari persamaan konservasi massa, momentum, dan energi diformulasikan dari persamaan Navier-Stokes. Ketiga persamaan tersebut dengan kondisi aliran bersifat tunak (*steady state*) dan tak-mampu mampat (*incompressible*). Selanjutnya, ketiga persamaan tersebut ditransformasikan lagi dalam bentuk non-dimensi dengan menggunakan *stream function* ψ .

Pada Gambar 1.1 koordinat \bar{x} merupakan jarak sepanjang permukaan bola dari titik tetap yang lebih rendah (*stagnation point*), adapun koordinat \bar{y} merupakan jarak normal pada permukaan bola. q_w merupakan konstanta fluks panas pada permukaan bola, sedangkan T_∞ merupakan temperatur lingkungan, dengan asumsi $q_w > T_\infty$ karena bola dalam kondisi panas (aliran searah). $\bar{r}(\bar{x})$ merupakan jarak radial dari sumbu simetris hingga permukaan bola yang didefinisikan dengan $\bar{r}(\bar{x}) = a \sin\left(\frac{\bar{x}}{a}\right)$.

2. METODE PENELITIAN

Untuk membangun sebuah model matematika dari aliran konveksi bebas fluida viskoelastik yang melewati permukaan sebuah bola berpori diperlukan persamaan konervasi massa, momentum, dan energi. Selain itu, juga dipengaruhi oleh parameter-parameter dimensionless dan koefisien yang berhubungan dengan kasus tersebut. Untuk menjawab rumusan masalah pada penelitian ini, maka langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membangun model matematika yang dimulai dari persamaan kontinuitas, kemudian persamaan momentum, dan selanjutnya persamaan energi.
2. Menentukan kondisi batas pada aliran yang melewati sebuah bola berpori.
3. Merubah persamaan pembangun yang telah didapat pada langkah 1 dan 2 menjadi persamaan non-dimensi.
4. Merubah persamaan pembangun non-dimensi yang didapat pada langkah 3 menjadi persamaan pembangun non-similar.
5. Mendiskritasi persamaan pembangun non-similar menggunakan metode beda hingga FTCS (*Forwad Time Central Space*).
6. Melinearisasi hasil diskritasi menggunakan metode Gauss Seidel.
7. Visualisasi aliran dilakukan dengan menggunakan software matlab.

Pada penelitian ini dilakukan tiga tahapan karena melibatkan simulasi numerik, yaitu : tahap analisis awal, tahap implementasi, dan tahap analisis akhir.

2.1 Tahap Analisis Awal

Pada tahap ini dianalisis parameter-parameter yang berhubungan dengan gaya hambat yang terjadi pada sebuah bola berpori.

2.2 Tahap Implementasi

Langkah-langkah yang dilakukan pada tahap implementasi adalah :

1. Proses pendiskritan persamaan pembangun menggunakan skema beda hingga implisit.
2. Proses linearisasi menggunakan metode gauss seidel.
3. Visualisasi hasil linearisasi menggunakan softwate Matlab.

2.3 Tahap Analisis Akhir

Pada tahap ini dijelaskan pengaruh parameter yang dilibatkan, dilihat dari hasil grafik yang muncul. Masing-masing parameter akan menghasilkan grafik yang

berbeda-beda sesuai nilai yang diberikan. Kemudian dijelaskan hasil dari pengaruh setiap parameter kaitannya dengan profil laju fluida dan temperaturnya.

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Persamaan pembangun

Persamaan koninuitas dari aliran fluida yang melalui bola berpori dituliskan sebagai berikut[2].

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\bar{r}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{r}\bar{v}) = 0 \tag{3.1}$$

dan persamaan momentum berdimensi didapat sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \bar{v} \left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} \right] - \frac{k_0}{\rho} \left[\bar{u} \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{x}^3 \bar{y}^2} \right) + \bar{v} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) \right] \\ + g\beta(\bar{T} - \bar{T}_\infty) \sin(\bar{x}/\bar{a}) - \frac{v}{K^*} \bar{u} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Serta persamaan energi berdimensi didapat sebagai berikut[6] :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + Q_0(\bar{T} - \bar{T}_\infty) \tag{3.3}$$

dengan kondisi batas sebagai berikut.

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} = \bar{v} = 0, \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = -\frac{q_w}{k} \text{ pada } \bar{y} = 0 \\ \bar{u} = 0, \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = 0, \bar{T} = \bar{T}_\infty \text{ pada } \bar{y} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \tag{3.4}$$

Persamaan (3.1) – (3.4) kemudian ditransformasikan ke dalam persamaan non-dimensi.

Dengan variable non-dimensi sebagai berikut :

$$\left. \begin{aligned} \bar{v} = v\alpha^{-1}Gr^{\frac{1}{4}} \\ \bar{u} = u\alpha^{-1}Gr^{\frac{1}{2}} \\ \bar{x} = ax \\ \bar{y} = \alpha y Gr^{-\frac{1}{4}} \\ (\bar{T} - \bar{T}_\infty) = \frac{\theta T_w \alpha}{k} \\ \bar{r} = ar \end{aligned} \right\} \tag{3.5}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.5) ke persamaan (3.1) – (3.4), didapat persamaan kontinuitas sebagai berikut :

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{\partial rv}{\partial y} = 0 \tag{3.6}$$

dan persamaan momentum non-dimensi sebagai berikut :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \theta \sin x - K \left[u \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - Pu \tag{3.7}$$

dengan $P = \left(\frac{k}{g\beta T_w}\right)^{1/2} \frac{v}{K^2}$ merupakan parameter *porosity* serta persamaan energy non-dimensi :

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \gamma \theta \tag{3.8}$$

dengan $Pr = \frac{v}{\alpha}$ dan $\gamma = \frac{\alpha^2 Q_0}{v \rho C_p G r^2}$ berturut-turut adalah bilangan Prandtl dan *heat generation*.

Dengan kondisi batas sebagai berikut :

$$u = v = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y} = -1 \text{ untuk } y = 0$$

$$u = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \theta = 0 \text{ untuk } y \rightarrow \infty \tag{3.9}$$

Selanjutnya persamaan (3.6)-(3.9) ditransformasikan kedalam persamaan non similar agar persamaan yang didapat nantinya bisa didiskritisasi. Proses untuk mendapatkan persamaan non similar menggunakan *stream function* yang didefinisikan sebagai berikut[2].

$$\psi = xr(x)f(x, y), \theta = \theta(x, y) \tag{3.10}$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{3.11}$$

dengan $r(x) = \sin x$. Sehingga didapatkan persamaan momentum non-similar sebagai berikut :

$$f'^2 - 2ff'' = f'''' + \theta - K[2f'f'''' - 2ff'''' - f'^2] - Pf' \tag{3.12}$$

dan didapatkan persamaan energy non-similar sebagai berikut :

$$-2f\theta' = \frac{1}{Pr} \theta'' + \gamma \theta \tag{3.13}$$

Dengan $\frac{\partial f}{\partial y} = f'$ dan $\frac{\partial \theta}{\partial y} = \theta'$, serta kondisi batas :

$$f(0)' = 0, \theta(0)' = -1 \text{ untuk } y = 0$$

$$f(\infty)' = f(\infty)'' = 0, \theta(\infty) = 0 \text{ untuk } y \rightarrow \infty \tag{3.14}$$

3.2 Tahap Diskritisasi

Selanjutnya persamaan (3.12)-(3.14) didiskritisasi dengan menggunakan metode beda hingga pusat[3]. Sehingga didapatkan hasil diskritisasi dari persamaan (3.12)-(3.14) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{B-5DK}{4}\right) f_{i+1}^2 + \left(\frac{B-5DK}{4}\right) f_{i-1}^2 + (4B - 12DK) f_i^2 + (8DK - 2B) f_{i+1} f_i - (8DK + \\ &2B) f_i f_{i-1} + \left(\frac{KD}{2}\right) f_{i+2} f_{i+1} + \left(\frac{KD}{2}\right) f_{i-2} f_{i-1} - (2DK) f_{i+2} f_i - \left(\frac{B-5DK}{2}\right) f_{i-1} f_{i+1} - \\ &\left(\frac{DK}{2}\right) f_{i-2} f_{i+1} - (2DK) f_{i-2} f_i - \left(\frac{C}{2}\right) f_{i+2} + \left(\frac{2C+AP}{2}\right) f_{i+1} - \left(\frac{2C+AP}{2}\right) f_{i-1} + \left(\frac{C}{2}\right) f_{i-2} - \theta_i = \\ &0 \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$A f_i \theta_{i-1} - A f_i \theta_{i+1} - \frac{B}{Pr} \theta_{i+1} + \left(\frac{2B}{Pr} - \gamma\right) \theta_i + \frac{B}{Pr} \theta_{i-1} = 0 \tag{3.16}$$

Dengan kondisi batas :

$$f_{i+1} = f_{i-1}, \theta_{i+1} = -2\Delta y + \theta_{i-1} \text{ untuk } y = 0$$

$$\theta_i = \theta_{i-1} - \Delta y, \theta_i = 0 \text{ untuk } y \rightarrow \infty \quad (3.17)$$

3.3 Linearisasi

Persamaan hasil diskritasi sebelum dilakukan simulasi terlebih dahulu dlinearisasi dengan metode Gauss Seidel, karena persamaan differensial yang didapat berbentuk persamaan differensial non linear. Prinsip dari metode Gauss adalah mencari variable yang nilai mutlak koefisicannya terbesar, kemudian koefisien tersebut digunakan sebagai pembaginya[4]. Sehingga untuk persamaan (3.19)-(3.20) apabila dilakukan proses linearisasi dan memiisalkan $A = \frac{1}{\Delta y}, B = \frac{1}{\Delta y^2}, C = \frac{1}{\Delta y^3}, D = \frac{1}{\Delta y^4}$, maka didapat hasil sebagai berikut :

$$f_i = \frac{-\left\{ \frac{-mf_{i-4}^2 + mf_{i-4} + lf_{i-3}f_{i-2} - n f_{i-2}f_{i-1} + mf_{i-2}f_{i+1} + mf_{i-2}f_{i-1} - 4mf_{i+2}f_i - kf_{i-1}f_{i-1} - mf_{i-2}f_{i-1} - 4mf_{i-2}f_{i-1} - pf_{i-2} + qf_{i-1} - qf_{i-1} + pf_{i-2} - \theta_i}{r} \right\}}{\quad} \quad (3.18)$$

$$\theta_i = \frac{-Af_i\theta_{i-1} + Af_i\theta_{i+1} + \frac{B}{Pr}\theta_{i+1} - \frac{B}{Pr}\theta_{i-1}}{\left(\frac{2B}{Pr} - r\right)} \quad (3.19)$$

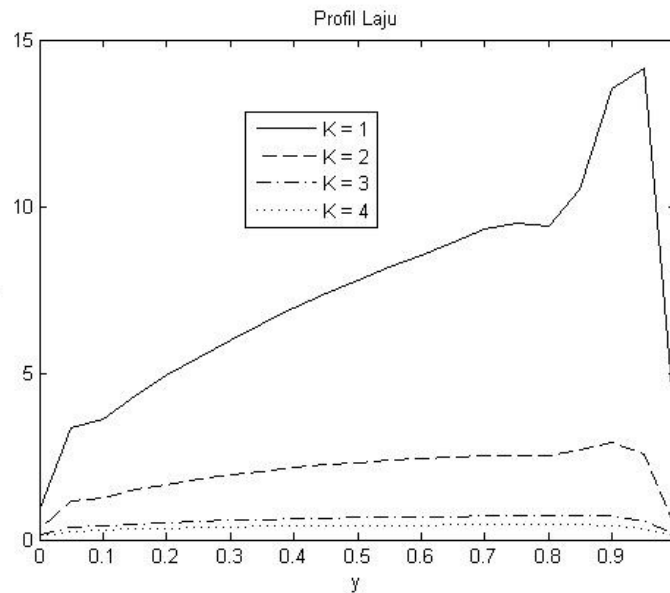
dengan: $k = \frac{-B + 8DK}{4}, l = 8DK - 2B,$

$m = \frac{KD}{2}, n = 8DK + 2B, p = \frac{C}{2}, q = \frac{2C + AP}{2}, \text{ dan } r = 4B - 12DK.$

3.4 Hasil simulasi dan pembahasan

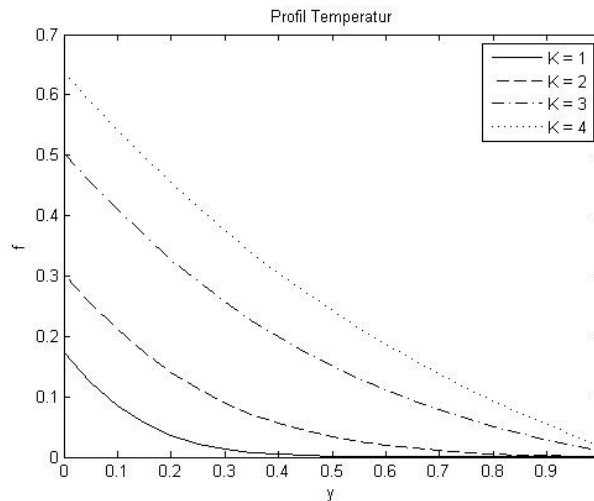
Hasil dari penelitian ini berupa grafik yang merepresentasikan solusi dari permasalahan. Adapapun grafik yang dianalisis sebagai berikut :

a) Grafik pengaruh parameter viskoselastik (K) yang divariasi terhadap profil laju



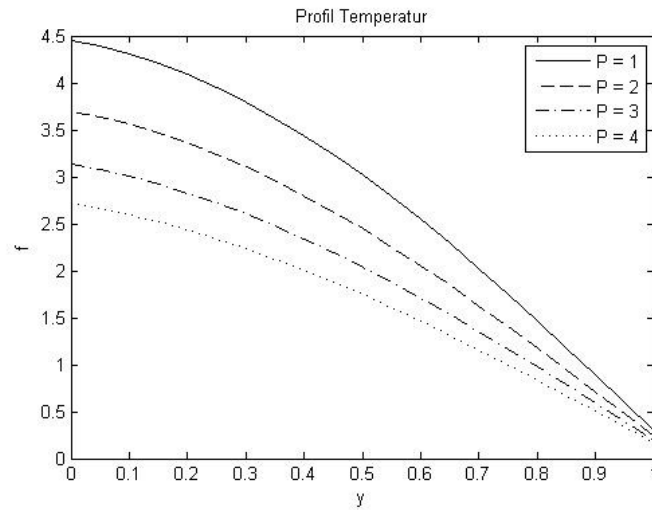
Gambar 3.1 : Pengaruh parameter viskoelastik (K) yang divariasi terhadap profil laju (u)
 Pada gambar 3.1 terlihat bahwa semakin rendah nilai viskoelastiknya (K), maka laju profil dari aliran semakin tinggi.

b) Grafik parameter viskositas (K) yang divariasi terhadap temperature.



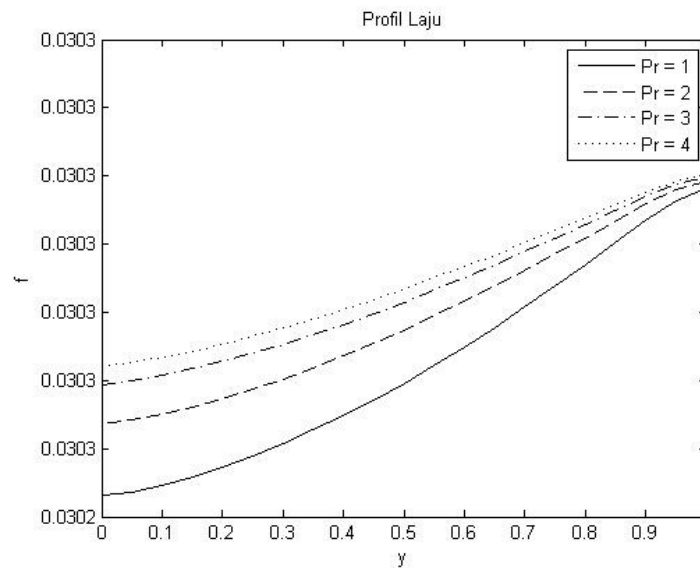
Gambar 3.2 : Parameter viskositaselastik (K) yang divariasi terhadap temperature.
 Pada gambar 3.2 terlihat bahwa semakin tinggi nilai viskoelastiknya (K), maka temperaturnya semakin tinggi.

c) Grafik parameter Porositas yang divariasi terhadap profil laju.



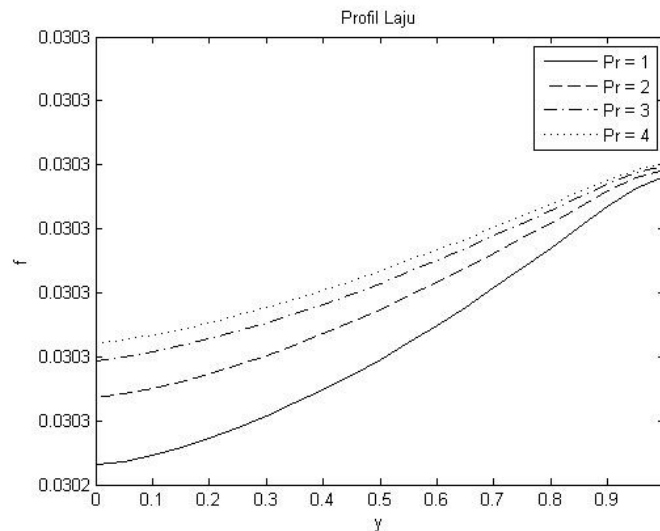
Gambar 3.3 : Parameter Porositas yang divariasi terhadap profil laju
 Pada gambar 3.3 menjelaskan bahwa semakin tinggi nilai porositasnya (P), maka semakin rendah laju alirannya.

d) Grafik parameter Porositas yang divariasi terhadap temperature.



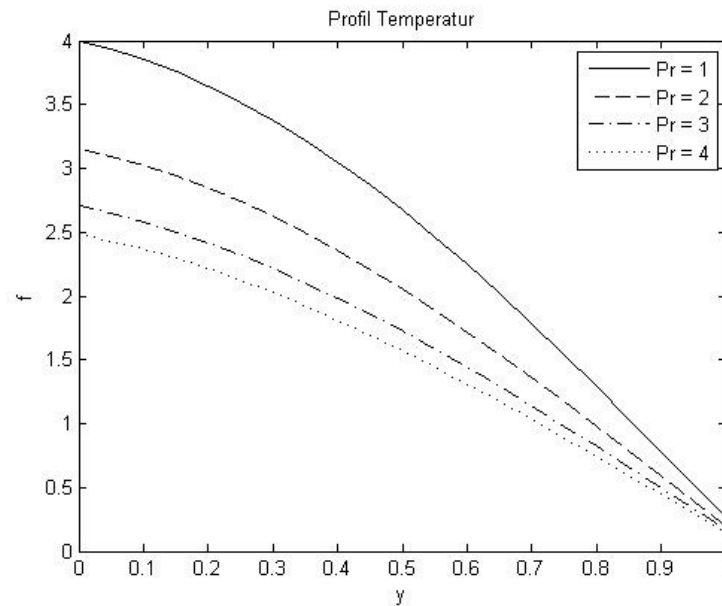
Gambar 3.4 : Parameter Porositas yang divariasi terhadap temperature.
 Gambar 3.4 menjelaskan bahwa semakin kecil nilai porositasnya, maka semakin tinggi temperaturnya.

e) Grafik parameter bilangan Prandtl yang divariasi terhadap profil laju.



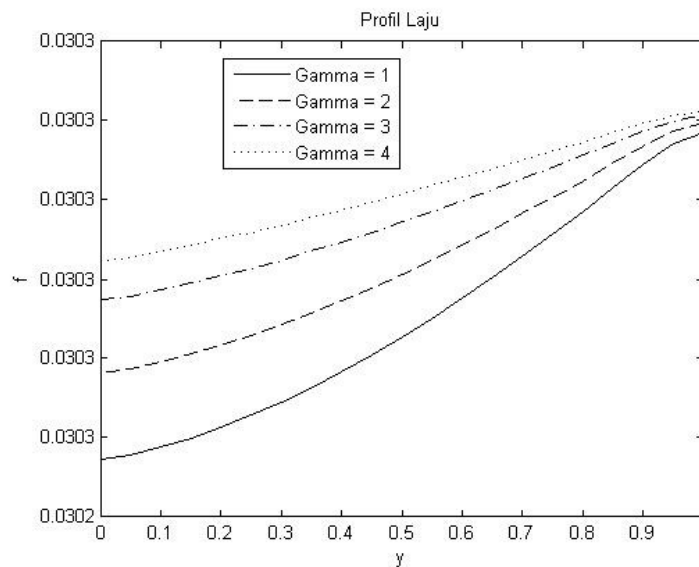
Gambar 3.5 Parameter bilangan Prandtl yang divariasi terhadap profil laju. Gambar 3.5 menjelaskan semakin kecil bilangan Prandtlnya, maka semakin cepat laju alirannya.

f) Grafik parameter bilangan Prandtl yang divariasi terhadap temperature.



Gambar 3.6 : Parameter bilangan Prandtl yang divariasi terhadap temperature. Gambar 3.6 menjelaskan bahwa semakin kecil bilangan Prandtlnya maka semakin rendah temperturnya.

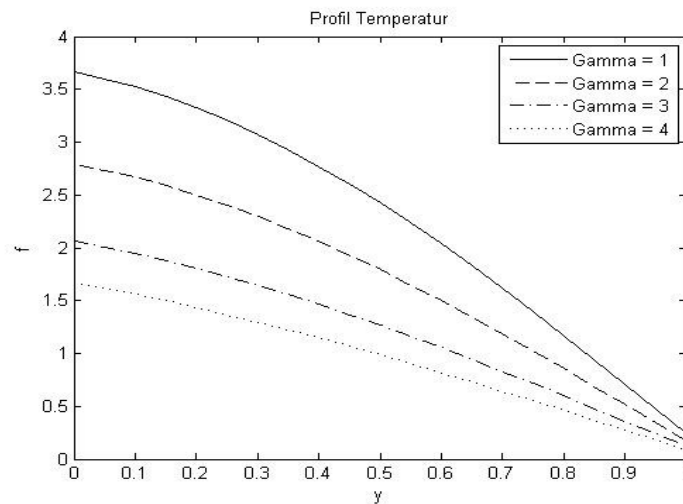
g) Grafik parameter Gamma yang divariasi terhadap profil laju.



Gambar 3.7 : Parameter Gamma yang divariasi terhadap profil laju.

Gambar 3.7 menjelaskan bahwa semakin kecil nilai Gammanya, maka semakin cepat laju alirannya.

h) Grafik parameter Gamma yang divariasi terhadap temperature.



Gambar 3.8 : Parameter Gamma yang divariasi terhadap temperature.

Gambar 3.8 menjelaskan bahwa semakin rendah nilai Gammanya, maka semakin rendah juga temperturnya.

4. SIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini yaitu : a) semakin rendah nilai viskoelastiknya (K), maka laju profil dari aliran semakin tinggi, b) semakin tinggi nilai viskoelastiknya(K), maka temperturnya semakin tinggi, c) semakin kecil nilai

porositasnya, maka semakin tinggi temperaturnya, d) semakin tinggi nilai porositasnya (P), maka semakin rendah laju alirannya, e) semakin kecil bilangan Prandtlnya, maka semakin cepat laju alirannya, f) semakin kecil bilangan Prandtlnya maka semakin rendah temperaturnya, g) semakin kecil nilai Gammanya, maka semakin cepat laju alirannya, h) semakin rendah nilai Gammanya, maka semakin rendah juga temperaturnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anwar, I. Amin, N. Prop, I. 2008. *Mixed Convection Boundary Layer Flow of a Viscoelastic Fluid Over a Horizontal Circular Cylinder*. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. Jakarta.
- [2] A.R.M. Kasim. 2014. *Convective Boundary Flow of Viscoelastic Fluid*. Faculty of Science Universiti Teknologi Malaysia. Malaysia.
- [3] Potter, Merle dan David. 2008. *Schaums's online of Fluid Mechanics*. Erlangga. Jakarta.
- [4] Bruce, Young dan Okiishi. 2008. *Mekanika Fluida*. Erlangga. Jakarta.
- [5] Widodo. Basuki. 2012. *Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Surabaya.
- [6] Ching-Yang Cheng. 2008. *Natural convection heat and mass transfer from a sphere in micropolar fluids with constant wall temperature and concentration*. Department of Mechanical Engineering, Southern Taiwan University, Yungkuang 71005, Taiwan.