

UKURAN OPTIMAL POPULASI ALGORITMA GENETIKA DAN UNJUK KERJANYA DALAM PEROLEHAN SOLUSI GLOBAL OPTIMAL

Agus Ulinuha

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Surakarta
Jl. A. Yani Tromol Pos 1 Pabelan Kartasura 57102 Telp 0271 717417
Email: Agus.Ulinuha@ums.ac.id

Abstrak

Algoritma Genetika merupakan salah satu metode komputasi numerik yang cukup handal untuk penyelesaian persoalan numerik lanjut yang rumit dan secara deterministik seringkali sulit diselesaikan. Algoritma Genetika termasuk dalam klasifikasi metode probabilistik namun berbeda dengan teknik acak, karena Algoritma Genetika mengkombinasikan elemen-elemen pada penelusuran terarah dengan mempertahankan kandidat solusi potensial. Proses penelusuran solusi dengan Algoritma Genetika merupakan proses komputasi numerik iteratif yang meniru evolusi genetik natural yang meliputi proses: evaluasi fitness untuk keperluan seleksi individu dalam populasi, pindah silang (crossover) atas individu terseleksi, dan mutasi genetik. Evolusi perbaikan solusi akan diperoleh setelah mencapai generasi yang ditentukan. Karena Algoritma Genetika merupakan prosedur perhitungan yang sifatnya umum, maka sejumlah parameter perlu ditentukan untuk memperoleh solusi terbaik atas persoalan yang ditangani. Ukuran populasi merupakan salah satu parameter penting yang dalam makalah ini akan ditentukan dan dilihat pengaruhnya dalam perolehan solusi global optimal atas sebuah persamaan matematis tak linear yang mengandung sejumlah jebakan solusi lokal optimal. Algoritma dikembangkan dan diimplementasikan dalam bahasa pemrograman MatLab. Dari percobaan yang dilakukan, jumlah populasi memberikan pengaruh signifikan terhadap perolehan solusi optimal global.

Kata kunci: *Algoritma Genetika; Solusi Optimal Global; Ukuran Populasi*

Pendahuluan

Terdapat sejumlah besar persoalan keteknikan yang direpresentasikan atau dimodelkan dalam persamaan matematika berdimensi besar dan seringkali sangat tidak linier (*highly nonlinear*). Representasi grafis persamaan tersebut mungkin membutuhkan sketsa 3 dimensi. Bentuk penyelesaian yang diminta dapat berupa pencarian titik maksimum dari persamaan tersebut. Penyelesaian menggunakan matematika klasik deterministik bisa jadi sangat sulit, membutuhkan banyak waktu atau kedua-duanya. Diperlukan pendekatan numerik lanjut untuk persoalan tipe tersebut agar beban komputasinya menjadi lebih ringan dengan akurasi solusi yang akseptabel.

Pendekatan penyelesaian numerik untuk sebuah persamaan tak linier secara umum dicirikan oleh penentuan solusi absolut dengan nilai galat (*error*) tidak melebihi toleransi yang diijinkan. Pendekatan numerik sebagaimana digambarkan telah banyak diimplementasikan dengan hasil yang akurasinya dapat diterima. Dalam persoalan keteknikan tertentu bahkan tidak diperoleh metode pemecahan persoalan secara langsung kecuali menggunakan pendekatan numerik iteratif, misalnya penyelesaian perhitungan aliran beban daya listrik menggunakan metode Newton-Raphson untuk sistem seimbang (A.Ulinuha & Masoum 2006) atau pemanfaatan algoritma propagasi maju-balik untuk perhitungan aliran beban sistem tak seimbang (Ulinuha et al. 2007).

Dalam persoalan optimisasi, penyelesaian persoalan dapat berupa pencarian nilai maksimum atau minimum yang biasanya ditentukan oleh fungsi sasaran. Jika persoalan real yang dihadapi direpresentasikan dalam bentuk persamaan matematika yang sangat tidak linear, maka pendekatan numerik yang dapat dilakukan adalah dengan menentukan kandidat solusi yang kemudian terus diperbaiki sedemikian, sehingga setelah dilakukan proses perhitungan iteratif diperoleh solusi dengan pemenuhan terbaik atas fungsi sasaran. Kesulitan yang sering dihadapi dalam persoalan optimisasi adalah jika model matematika yang disajikan mempunyai karakteristik multimodal, artinya terdapat sejumlah titik optimal yang dapat berupa titik maksimal dan/atau minimal. Dalam ruang lingkup persoalan optimisasi, dikenal istilah optimal lokal dan optimal global (Pham & Karaboga 1998).

Optimal lokal mengacu pada titik optimal pada interval atau area terbatas pada persoalan optimisasi yang ditangani. Titik optimal yang diperoleh ditentukan setelah tidak lagi diperoleh nilai yang lebih baik dari titik yang ditemukan. Untuk persoalan optimisasi multimodal, boleh jadi nilai optimal yang diperoleh bukan nilai optimal yang

sesungguhnya, tetapi nilai optimal pada area lokal tersebut. Keterjebakan penelusuran yang hanya menemukan nilai optimal lokal biasanya dihadapi oleh metode yang memulai optimisasi dari sebuah titik awal dan hanya mengarahkan pada nilai maksimal pada area tertentu. Untuk memperoleh nilai optimal global, diperlukan sebuah metode yang mampu mengeksplorasi seluruh area optimisasi dan menelusuri dari sejumlah titik awal sehingga diperoleh nilai optimal global, artinya nilai yang benar-benar optimal dari seluruh area persamaan matematika yang merepresentasikan persoalan optimisasi yang dihadapi.

Contoh dari metode yang mungkin memberikan nilai optimal lokal adalah *Hill Climbing* (pendakian bukit) (Michalewics 1996). Prinsip kerja metode ini adalah penentuan sebuah titik awal yang dilanjutkan dengan membandingkan titik lainnya yang berdekatan. Jika titik yang baru lebih baik dalam hal pencapaian fungsi sasaran optimisasi, maka titik tersebut diambil sebagai solusi yang baru. Namun jika titik yang baru tidak lebih baik, maka dicari titik lain yang berdekatan untuk kembali dibandingkan. Proses ini dilakukan sampai dengan tidak lagi diperoleh titik yang lebih baik daripada titik terakhir yang didapatkan. Metode ini efektif untuk persoalan optimisasi dengan sebuah nilai puncak (Ulinuha & Islam 2007). Untuk persoalan optimisasi multimodal, metode ini mungkin berhasil memperoleh solusi optimal global jika memulai dengan titik awal yang tepat untuk mengarahkannya pada nilai optimal global. Karena titik awal ditentukan secara acak, maka tidak selalu ada jaminan bahwa titik awal tersebut dapat mengarahkannya kepada nilai optimal global.

Kelemahan dari Metode *Hill Climbing* sebagaimana diuraikan di atas dapat diatasi dengan penelusuran yang dimulai dari banyak titik awal (*multiple starting points*). Namun langkah ini dapat mengakibatkan beban komputasi yang cukup berat serta laju konvergensi yang rendah. Orientasi pencapaian solusi optimal global dengan modifikasi tersebut berimplikasi pada penelusuran banyak arah (*multidirectional searching*) dan mengabaikan dipertahankannya solusi prospektif. Implementasi metode ini berujung pada dilema antara eksplorasi ekstensif yang memungkinkan solusi optimal global dan beban komputasi yang berat dengan laju konvergensi yang lambat. Diperlukan penggabungan antara kriteria eksplorasi area dan intensifikasi solusi yang memungkinkan pencapaian solusi optimal global dengan beban komputasi yang dapat diterima.

Algoritma genetika merupakan metode yang memiliki pemenuhan kriteria ekstensifikasi cakupan penelusuran dan intensifikasi solusi prospektif sehingga memiliki probabilitas yang cukup baik untuk menemukan solusi optimal global dengan beban komputasi yang dapat diterima. Algoritma Genetika memulai dari penelusuran solusi dari sejumlah titik awal sebagai kandidat-kandidat solusi. Algoritma ini kemudian melakukan perbaikan kontinyu yang digabungkan dengan preservasi kandidat solusi prospektif. Langkah rekursif tersebut diulangi sampai dengan diperoleh solusi optimal. Meskipun demikian, implementasi algoritma ini pada pencarian solusi optimal memerlukan penentuan parameter optimisasi yang tepat untuk memandu algoritma menelusuri solusi terbaik.

Dalam studi ini Algoritma Genetika dikembangkan untuk mencari titik maksimal permasalahan tak linier multimodal. Permasalahan dimaksud direpresentasikan sebagai persamaan matematika yang secara grafis digambarkan sebagai kontur tiga dimensi dengan sejumlah titik maksimal dan minimal. Dalam studi ini, sejumlah parameter optimisasi dipertahankan konstan dan ukuran populasi diubah untuk dilihat pengaruhnya pada pencapaian solusi optimal global.

Algoritma genetika

Algoritma Genetika merupakan metode komputasi cerdas yang dikembangkan oleh John Holland (Holland 1975). Algoritma ini menggunakan terminologi genetika dan proses komputasinya berbasis mekanisme seleksi alam dan prinsip genetika. Metode ini dikembangkan untuk tujuan: (1) secara teoritis dan sistematis menjelaskan proses adaptif sistem natural dan (2) secara matematis memungkinkan penerapan sebuah sistem piranti lunak artifisial yang menerjemahkan mekanisme-mekanisme penting dalam proses alami. Pendekatan ini telah memungkinkan pengungkapan-pengungkapan esensial dalam sistem keilmuan alami dan artifisial (Goldberg 1953).

Ide dasar dari Algoritma Genetika adalah strategi komputasi berbasis proses natural yang terjadi secara alami. Algoritma ini melakukan seleksi atas kemungkinan solusi sebagaimana mekanisme seleksi alam dalam proses evolusi. Langkah seleksi ini diikuti dengan prosedur kombinasi individu yang dilakukan secara terstruktur namun melibatkan proses acak dalam penyilangan genetik untuk membangun individu-individu baru yang diharapkan lebih unggul. Juga dilakukan eksplorasi informasi sebelumnya sehingga individu potensial dipertahankan dalam proses seleksi. Proses perbaikan individu yang ekuivalen dengan perbaikan solusi numerik dilakukan secara terus menerus sampai dengan sejumlah generasi dan memunculkan individu terbaik di akhir generasi yang setara dengan solusi optimal dari persoalan yang ditangani. Metode ini secara komputatif cukup efektif dan tangguh untuk penelusuran solusi serta tidak terkendala oleh kekangan yang terkait ruang penelusuran (kontinuitas, keberadaan derivasi fungsi sasaran, unimodalitas dll).

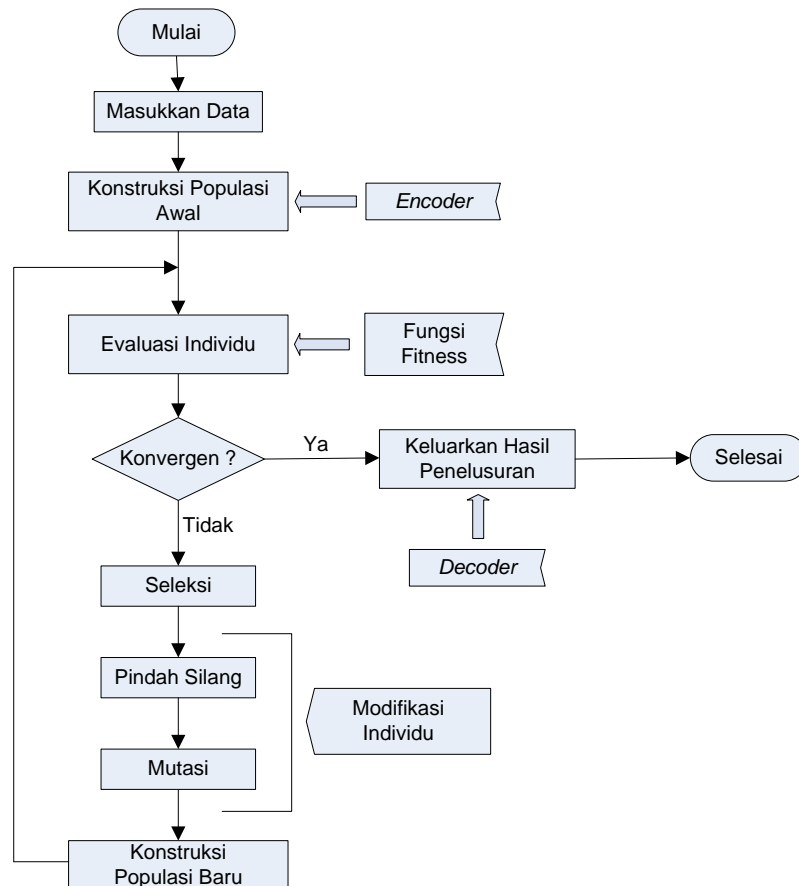
Algoritma Genetika melakukan penelusuran solusi optimal dengan mempertimbangkan keseimbangan antara eksplorasi dan eksploitasi solusi-solusi yang mungkin. Dalam konteks berbeda, dapat dikatakan sebagai keseimbangan antara diversitas populasi dan intensitas seleksi. Metode *Hill Climbing* merupakan salah satu contoh teknik penelusuran yang secara intensif mengeksplorasi solusi terbaik dengan mengabaikan eksplorasi area penelusuran. Sebaliknya penelusuran acak (*random search*) merupakan contoh tipikal strategi penelusuran ekstensif, eksploratif tetapi mengabaikan area solusi prospektif. Eksploitasi intensif dapat berimplikasi pada penelusuran yang

terjebak pada solusi optimal lokal, sedangkan eksplorasi ekstensif dapat mengakibatkan beban komputasi yang berat. Akan cukup menjanjikan untuk menggabungkan kebaikan ekstensifitas eksplorasi dan intensitas eksploitasi untuk mendapatkan strategi penelusuran yang mengarah kepada solusi optimal global dengan beban komputasi yang dapat diterima. Algoritma Genetika merupakan metode yang memenuhi kriteria ini, karena algoritma ini menyeimbangkan aspek eksplorasi dan eksploitasi pada area penelusuran. Algoritma Genetika melakukan penelusuran banyak arah (*multi-directional search*) dengan tetap mempertahankan solusi potensial.

Prosedur optimisasi

Penelusuran solusi optimal dengan menggunakan Algoritma Genetika dimulai dengan mengkonstruksi populasi awal yang berisi sejumlah individu (kromosom). Setiap kromosom merepresentasikan kandidat solusi atas persoalan penelusuran yang ditangani. Proses evaluasi kemudian diberlakukan untuk setiap kromosom berbasis pencapaian fungsi sasaran yang ditetapkan. Proses evaluasi tersebut memberikan output nilai fitness untuk setiap kromosom yang kemudian dijadikan kriteria dalam proses seleksi kromosom. Kromosom-kromosom dengan nilai fitness terbaik dipilih dalam proses seleksi dan dijadikan induk untuk menjalani proses pindah silang (*crossover*). Sebagian segmen dalam kromosom (*gen*) dipilih secara acak untuk ditukarkan dengan *gen* kromosom pasangannya. Pemilihan pasangan pun dilakukan secara acak. Proses pindah silang dari kromosom-kromosom induk tersebut menghasilkan individu-individu baru.

Sebagaimana yang terjadi pada proses alami, individu tertentu dapat juga mengalami perubahan *gen* dalam proses mutasi. Dalam Algoritma Genetika proses yang sama juga terjadi, dimana *gen* tertentu dapat mengalami perubahan. Baik pindah silang maupun mutasi, keduanya dimaksudkan sebagai penganekaragaman solusi untuk memberikan kemungkinan eksplorasi penelusuran yang lebih ekstensif. Agar diversifikasi solusi tidak terlalu ekstensif yang mengarah pada proses acak, maka probabilitas pindah silang maupun mutasi perlu diatur. Pada sisi lain, individu terbaik dijaga agar tidak mengalami modifikasi (perubahan). Mekanisme ini disebut *elitism*, yang merupakan strategi dimana individu terbaik secara otomatis ditransfer ke generasi berikutnya tanpa mengalami modifikasi pindah silang maupun mutasi. Namun generasi terbaik pada setiap generasi bisa jadi berbeda dan hanya satu individu terbaik yang mendapatkan hak *elitism*. Setelah proses ini selesai, maka populasi baru telah terbentuk dan satu generasi telah terlewati. Populasi baru tersebut kemudian siap untuk menjalani seluruh proses pada generasi berikutnya.



Gambar 1. Prosedur komputasi algoritma genetika

Dalam perspektif komputasi, satu generasi setara dengan satu iterasi dan prosedur perhitungan iteratif tersebut diteruskan sampai dengan konvergensi diperoleh. Kriteria konvergensi ditentukan jika tidak lagi terdapat

perbaikan solusi signifikan dan perhitungan dapat dihentikan. Meskipun demikian, perhitungan dapat juga dihentikan setelah jumlah generasi maksimal yang ditentukan tercapai. Dalam persoalan konvergensi ini, sebagaimana dapat terjadi pada metode komputasi iteratif manapun, Algoritma Genetika dapat juga mengalami konvergensi dini. Fenomena ini terjadi ketika proses iterasi tiba-tiba menghasilkan solusi dengan tanpa adanya perbaikan signifikan pada tahap awal perhitungan. Jika hal ini terjadi, maka perhitungan harus dihentikan dan dimulai kembali. Meskipun kasusnya cukup jarang, fenomena ini perlu diantisipasi diantaranya dengan penganeekaragaman solusi melalui proses pindah silang dan mutasi yang probabilitasnya dinaikkan. Algoritma juga perlu dilengkapi dengan prosedur deteksi konvergensi prematur agar perhitungannya dapat segera diulangi.

Secara garis besar, Algoritma Genetika dapat digambarkan dalam diagram alir sebagaimana Gambar 1. Perlu disampaikan di sini bahwa Algoritma Genetika hanya memberikan prosedur perhitungan general. Untuk setiap persoalan yang ditangani, perlu dibangun sendiri detil perhitungan dengan langkah-langkah yang dapat diikuti dari prosedur umum tersebut. Karenanya modifikasi dan kreatifitas pengembangan perhitungan dapat sangat berbeda dari satu persoalan ke persoalan lainnya serta dari satu orang ke orang lainnya.

Strategi evolusi algoritma genetika

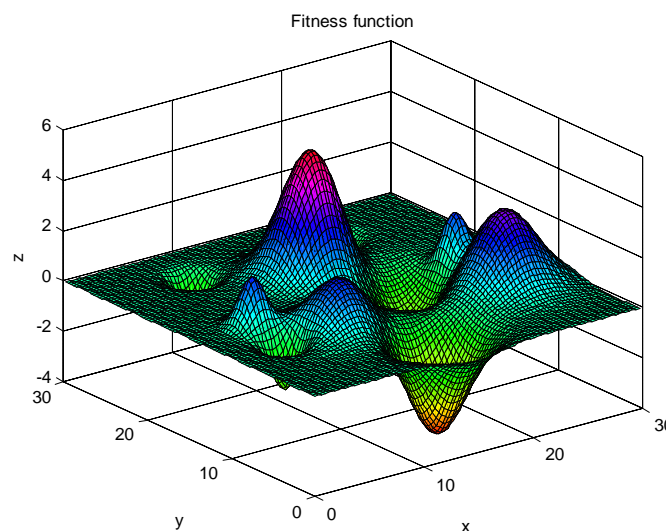
Dalam persoalan yang ditangani, beberapa parameter ditentukan di awal dan diacu dalam seluruh proses kalkulasi. Probabilitas pindah silang dan mutasi masing-masing ditentukan sebesar 0,8 % dan 0,05% dan dipertahankan tetap selama proses kalkulasi. Minimal generasi yang diperhitungkan adalah 100 sampai dengan toleransi dipenuhi, yaitu ketika perubahan nilai fitness tidak lebih besar dari 0,01 %. Jika nilai toleransi tersebut tidak dapat dipenuhi, maka iterasi dapat diteruskan sampai dengan maksimal 1000 generasi. Strategi *elitism* diimplementasikan dalam studi ini dengan mekanisme preservasi individu terbaik dalam setiap generasi untuk dapat masuk dalam proses seleksi serta tidak mengalami modifikasi baik melalui proses pindah silang maupun mutasi. Proses diversifikasi memungkinkan terdapat individu terbaik yang baru pada generasi berikutnya. Hanya sebuah individu terbaik yang dipertahankan dalam setiap generasi.

Perhitungan dilakukan untuk ukuran populasi awal yang berbeda dan pengaruh ukuran tersebut terhadap unjuk kerja algoritma akan dianalisis. Dalam studi ini, variasi hanya dilakukan untuk ukuran populasi, sedangkan parameter optimisasi lainnya dipertahankan konstan. Ukuran populasi mengindikasikan cakupan awal penelusuran dan dampaknya terhadap unjuk kerja algoritma dalam memperoleh solusi optimal global cukup signifikan.

Hasil dan Pembahasan

Algoritma Genetika dikembangkan untuk mencari nilai maksimal fungsi tak linier tiga peubah sebagaimana persamaan 1, yang secara grafis ditunjukkan pada Gambar 2. Fungsi dimaksud mengandung sejumlah nilai maksimal dan minimal. Algoritma diimplementasikan dalam bahasa pemrograman Matlab.

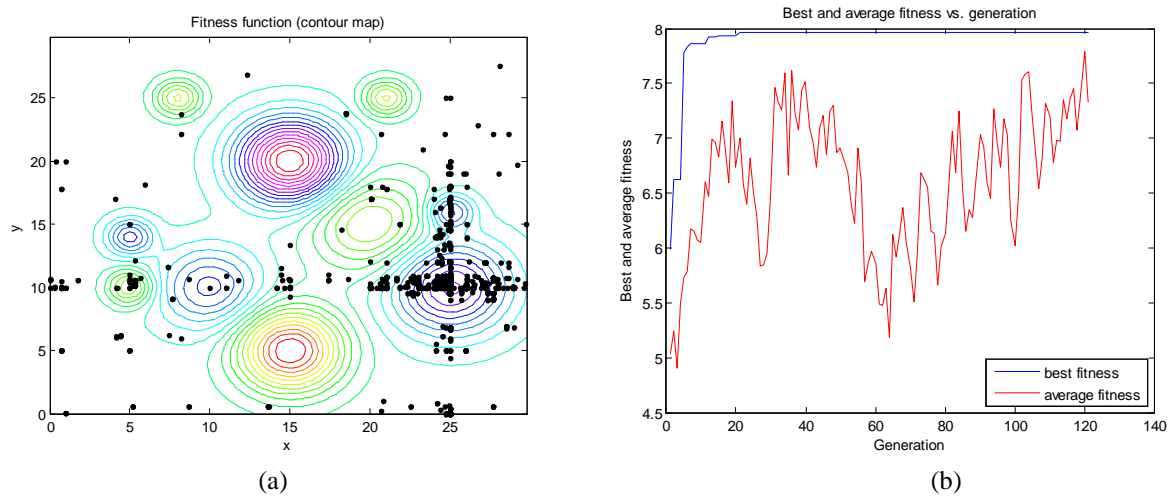
$$\begin{aligned}
 z = & 5e^{(-0,1((x-15)^2+(y-20)^2))} - 2e^{(-0,08((x-20)^2+(y-10)^2)} + 2e^{(-0,1((x-10)^2+(y-10)^2)} \\
 & - 2e^{(-0,5((x-5)^2+(y-10)^2)} - 4e^{(-0,1((x-15)^2+(y-5)^2)} - 2e^{(-0,1((x-8)^2+(y-25)^2)} \\
 & - 2e^{(-0,5((x-21)^2+(y-25)^2)} + 2e^{(-0,5((x-25)^2+(y-16)^2)} + 2e^{(-0,5((x-5)^2+(y-14)^2)}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$



Gambar 2. Fungsi evaluasi fitness

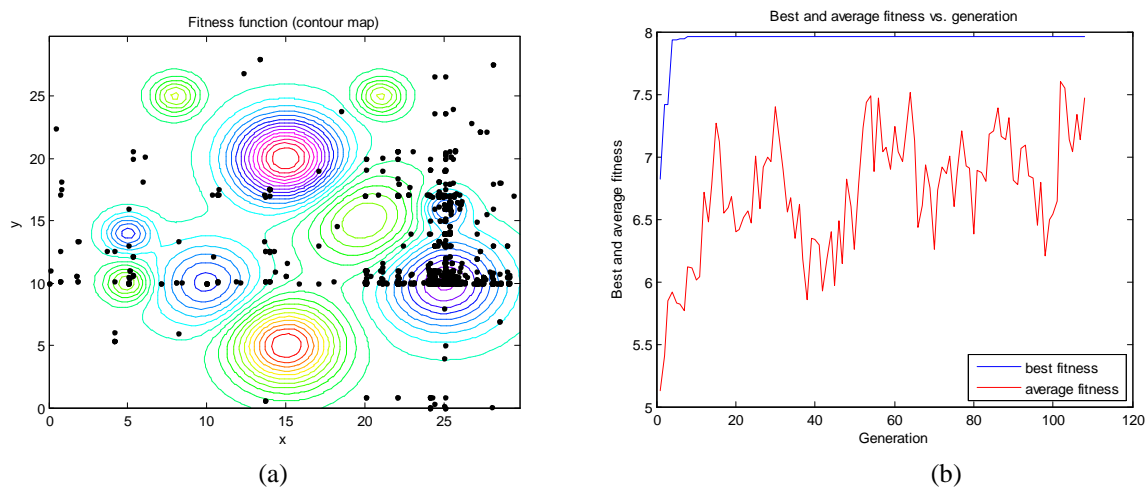
Terhadap fungsi evaluasi fitness tersebut Algoritma yang dikembangkan dijalankan untuk jumlah populasi sebesar 15 individu. Hasil penelusuran algoritma terhadap nilai maksimal fungsi sasaran dan progress iterasinya

ditunjukkan pada Gambar 3 (a) dan (b). Dapat diamati bahwa dengan ukuran populasi 15 individu, algoritma hanya dapat mencapai nilai optimal lokal. Nilai fitness terbaik dalam proses penelusuran tidak melebihi 8.



Gambar 3. (a) Penelusuran nilai maksimal (b) progress iterasi untuk ukuran populasi 15

Penelusuran kemudian dilakukan kembali untuk ukuran populasi 20 yang hasil penelusuran nilai maksimal fungsi sasaran sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4 (a). Adapun progress iterasinya ditunjukkan pada Gambar 4(b). Dari penelusuran tersebut dapat diamati bahwa dengan ukuran populasi awal 20, algoritma masih belum berhasil memperoleh nilai optimal global. Meskipun demikian, dari pengamatan detail hasil penelusuran dapat diamati perbaikan, yaitu terdapat sejumlah individu yang telah berada pada area solusi optimal global. Pada penelusuran sebelumnya dengan 15 individu belum terdapat individu yang berada pada area yang cukup dekat dengan solusi global optimal. Adapun nilai fitness terbaik dalam proses penelusuran tetap belum melampaui angka 8.

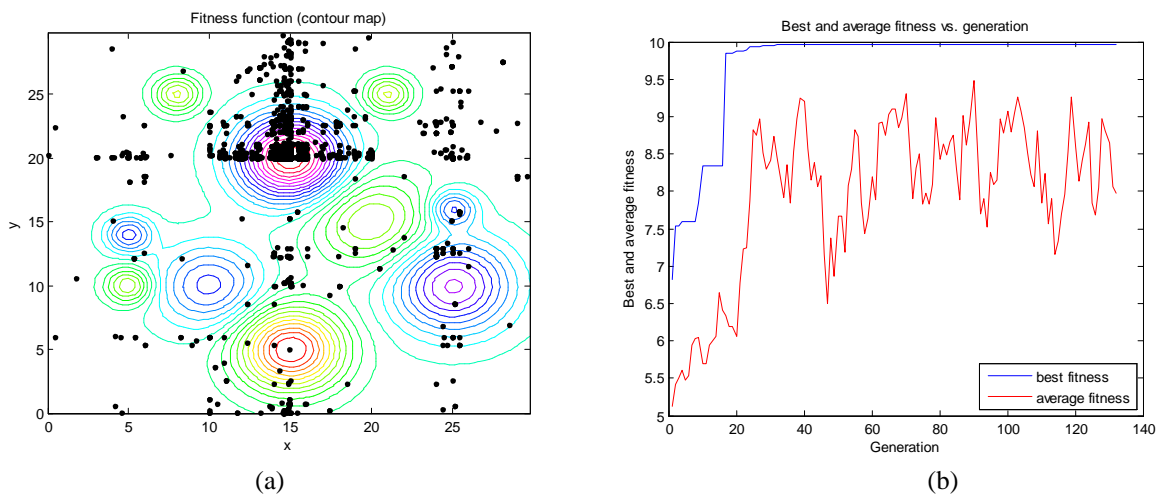


Gambar 4. (a) Penelusuran nilai maksimal (b) progress iterasi untuk ukuran populasi 20

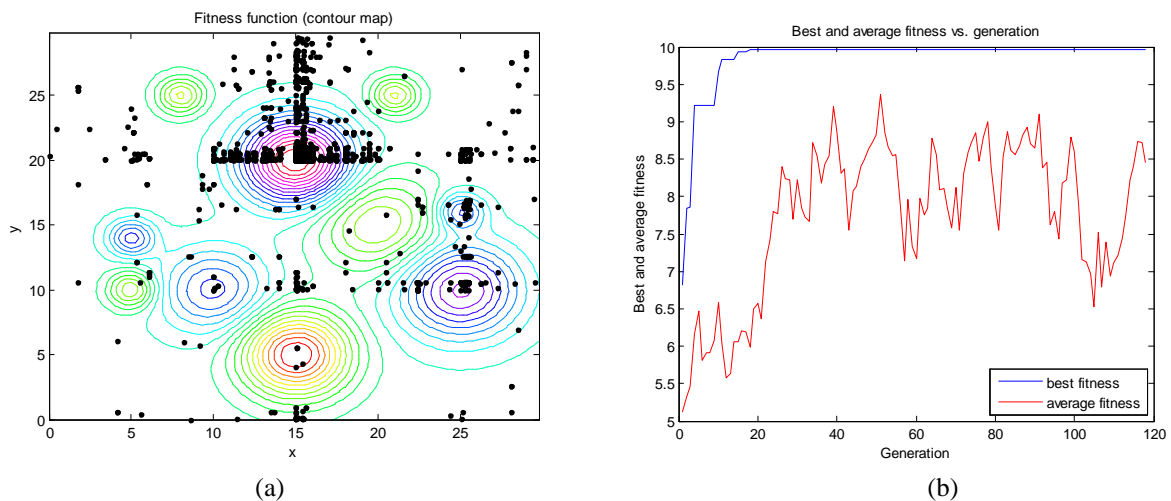
Ukuran populasi awal kemudian dinaikkan menjadi 25 individu. Hasil penelusuran nilai maksimal fungsi dan progres iterasi ditunjukkan pada Gambar 5(a) dan 5(b) yang memberikan konfirmasi bahwa sejumlah besar individu berhasil mencapai solusi optimal global. Pengamatan pada Gambar 5(b) juga menunjukkan bahwa nilai fitness terbaik selama proses penelusuran mencapai nilai yang mendekati 10. Hal ini memberikan indikasi peraihan nilai fungsi sasaran yang mendekati maksimal. Meskipun demikian, masih terdapat sejumlah individu yang dalam proses penelusurannya terjebak ke arah area solusi optimal lokal, meskipun jumlahnya tidak signifikan. Dalam konteks pencarian solusi global optimal, hal ini bukan merupakan persoalan karena solusi atas persamaan hanya diambil dari satu individu dengan nilai fitness terbaik pada akhir generasi.

Untuk melihat lebih jauh pengaruh ukuran populasi Algoritma Genetika dalam pencapaian solusi optimal global, program penelusuran kembali dilakukan untuk ukuran populasi 30 individu. Hasil penelusuran solusi optimal fungsi sasaran, dalam Gambar 6(a) menunjukkan bahwa solusi optimal global dapat dicapai oleh sejumlah besar individu. Namun terdapat hal menarik dari Gambar tersebut, bahwa terdapat sejumlah individu yang terjebak pada dua buah solusi optimal lokal. Hal ini dapat dipahami bahwa dengan jumlah individu yang cukup banyak, maka penelusuran menjadi cukup ekstensif dan karenanya sejumlah individu kemudian menemukan nilai maksimal yang berbeda dalam proses penelusurannya. Eksplorasi yang lebih ekstensif berimplikasi pada penelusuran dengan

cakupan yang lebih luas, sehingga terdapat sejumlah individu yang menemukan nilai maksimal yang “salah”. Sebagaimana dalam bahasan sebelumnya bahwa dalam konteks pencarian solusi optimal global, fenomena tersebut bukan merupakan persoalan karena solusi atas persoalan optimisasi yang ditangani diambilkan dari sebuah individu terbaik generasi terakhir.



Gambar 5. (a) Penelusuran nilai maksimal (b) progress iterasi untuk ukuran populasi 25



Gambar 6 (a) Penelusuran nilai maksimal (b) progress iterasi untuk ukuran populasi 30

Kesimpulan

Algoritma Genetika dikembangkan dan diimplementasikan untuk penelusuran nilai maksimal fungsi tak linier tiga dimensi. Terdapat sejumlah nilai maksimal dan minimal dari fungsi tersebut untuk asesmen unjuk kerja algoritma dalam pencapaian solusi optimal global. Parameter optimisasi dipertahankan konstan selama proses perhitungan iteratif, kecuali ukuran populasi yang diubah untuk dilihat pengaruhnya terhadap kinerja algoritma dalam memperoleh solusi optimal global. Dalam percobaan yang dilakukan diperoleh hasil bahwa untuk ukuran populasi 15 dan 20, Algoritma Genetika belum berhasil memperoleh nilai maksimal global dari fungsi yang diberikan. Ketika ukuran populasi dinaikkan menjadi 25 dan 30 individu, algoritma berhasil mendapatkan nilai maksimal global. Namun nilai populasi yang terlalu besar dapat berimplikasi pada sejumlah individu yang menemukan nilai maksimal lokal.

Daftar Pustaka

A.Ulinuha & Masoum, M.A.S., (2006) "The Accuracy and Efficiency Issues of Decouple Approach for Harmonic Power Flow Calculation" In *Regional Postgraduate Conference on Engineering and Science (RPCES)* . Johor Bahru, Malaysia: Universiti Teknologi Malaysia, pp. 213–218.

Goldberg, D.E., (1953) *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning*, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Holland, J.H., (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor: University of Michigan Press.

- Michalewics, Z., (1996) *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Program* 3rd ed., New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Pham, D.T. & Karaboga, D., (1998) *Intelligent Optimisation Technique : Genetic Algorithms, Tabu Search, Simulated Annealing and Neural Network*, London: Springer-Verlag.
- Ulinuha, A. & Islam, M.A.S.M. and S.M., (2007) *Optimal Dispatch of LTC and Switched Shunt Capacitors for Distribution Networks in the Presence of Harmonics*. Perth: Curtin University of Technology.
- Ulinuha, A., Masoum, M.A.S. & Islam, S.M., (2007) Unbalance power flow calculation for a radial distribution system using Forward-Backward Propagation algorithm. *2007 Australasian Universities Power Engineering, Vols 1-2*, pp.692–697.