

PENGALIRAN PADA INTI BENDUNGAN TIPE URUGAN PADA PENGGENANGAN PERTAMA WADUK

(The flow through the core of fill dams during first impoundment)

Didiek Djarwadi *

ABSTRACT

The first impoundment on the fill dams can be considered as a critical phase during the lifetime of the dam. The change to the embankment materials, especially on clay core shall be carefully examined. Some dams were ruptured during their first impounding due to the flow through the core. The flow through the core of the dam during the first impounding was considered in the condition of unsaturated. This paper intended to study the literature available regarding the flow through the core of the dam. The factors affecting the flow through the core such as pore pressure parameters, empirical equations governing the flows on the core and volume change will be discussed.

Key words : *fill dam, first impoundment, governing equation, unsaturated soils.*

PENGANTAR

Penggenangan waduk merupakan tahapan yang kritis pada bendungan tipe urugan. Pada tahapan ini bahan timbunan bendungan akan mengalami perubahan karena pengaruh tambahan beban air didalam waduk. Penggenangan akan mempengaruhi fondasi bagian hulu (*upstream*) bendungan, yang mendapatkan tambahan beban air diatasnya, sekaligus akan menimbulkan gaya angkat (*uplift*) pada timbunan *rockfill*. Pada timbunan *rockfill* bagian *upstream* juga akan terjadi proses *collapsed*, yaitu tambahan *settlement* yang terjadi karena proses *loosening* pada timbunan batuan oleh karena pengaruh air. Pada inti kedap air (*core*) dibagian hulu akan terjadi tekanan hidraulik akibat beban air, yang menyebabkan perubahan tegangan dan regangan pada inti kedap air. Inti kedap air juga akan mengalami perubahan dari kondisi tidak jenuh (*unsaturated*) menjadi jenuh (*saturated*) oleh karena terjadi aliran (*seepage*) didalamnya. Gaya angkat (*uplift*) pada *rockfill* di bagian hulu inti kedap air akan mengurangi tekanan kekang (*confining pressure*), sehingga akan terjadi deformasi tambahan di dalam inti kedap air dalam mencapai keseimbangan dan stabilitas barunya.

Perubahan-perubahan tersebut dapat berakibat fatal pada bendungan, seperti terjadinya *hydraulic fracturing*, *crack* (retakan) dan *piping* yang besar didalam inti kedap air, dan bahkan beberapa

bendungan tipe urugan mengalami keruntuhan pada saat penggenangan pertama.. Nobari dan Duncan (1972) menyampaikan pengaruh air pada saat penggenangan terhadap bagian-bagian konstruksi bendungan, seperti terlihat pada Gambar 1.

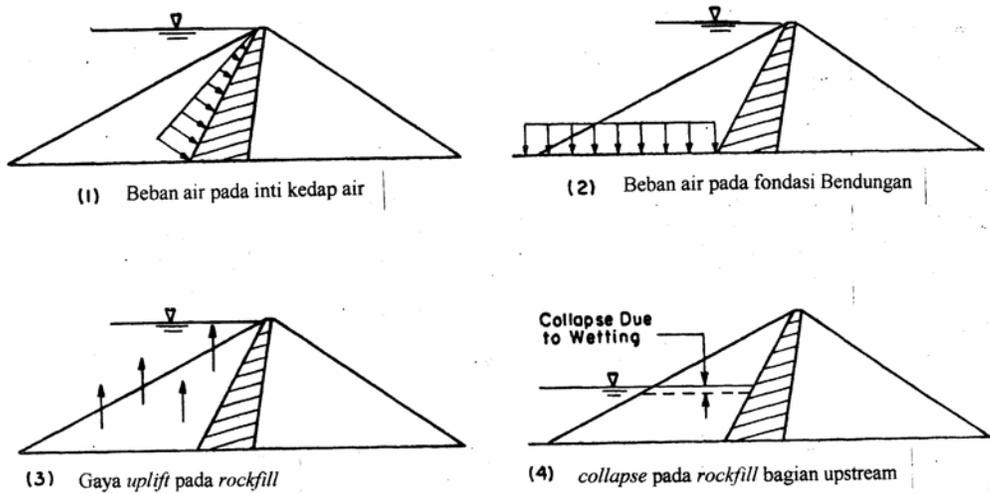
Tulisan ini akan membahas salah satu pengaruh dari penggenangan, yang menyebabkan terjadinya rembesan atau *seepage* di dalam inti. Aliran air di dalam inti kedap air pada saat penggenangan, terjadi dalam kondisi tidak jenuh (*unsaturated*), sehingga masalah pengaliran di dalam inti kedap air pada penggenangan pertama harus ditinjau dalam formulasi *unsaturated soil mechanic*.

TEORI DAN PERKEMBANGAN ALIRAN DALAM TANAH TIDAK JENUH

Pengaliran air dalam tanah pada kondisi jenuh (*saturated*) sudah lama dikenal, dan perumusan debit pengaliran dapat dinyatakan dengan teori Darcy, yaitu debit per satuan luas (q) adalah *hydraulic conductivity* (k) dikalikan dengan *hydraulic gradient* (i). Pada tanah dalam kondisi jenuh (*saturated*), koefisien permeabilitas (*hydraulic conductivity*) dianggap konstan.

Pada tanah tidak jenuh (*unsaturated*) perumusan debit juga menggunakan teori Darcy, dengan koefisien permeabilitas (*hydraulic conductivity*) tidak konstan, yang merupakan fungsi dari *matrix suction*.

* Didiek Djarwadi, mahasiswa doktoral Pasca Sarjana, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta
Home: Jl. Supriadi No. 141, Semarang 50198. E-mail : didiek_d@hotmail.com



Gambar 1. Pengaruh penggenangan pada bendungan tipe urugan (Nobari dan Duncan, 1972)

Richards (1931) secara teoritis menyampaikan pengaliran dalam tanah tidak jenuh dengan menyampaikan istilah “capillary conduction” yang dipergunakan untuk mendiskripsikan pergerakan kelembaban (*moisture movement*) pada tanah tidak jenuh. Freeze (1971), membandingkan model pengaliran dalam media porous tradisional yaitu aliran hanya terjadi pada zona jenuh dengan pendekatan aliran menerus pada zona jenuh-tidak jenuh (*saturated-unsaturated zones*). Chung-Yi (1971) menyampaikan suatu penyelesaian masalah *steady seepage* melewati bendungan dengan potongan melintang berbentuk trapesium. Dakshanamurthy dan Fredlund (1980) menyampaikan teoritis model untuk memprediksi aliran air dan udara pada tanah tidak jenuh. Papagianakis dan Fredlund (1984) menyampaikan model pengaliran yang menerus antara zona jenuh dan tidak jenuh dengan asumsi pengaliran dua dimensi, dengan metoda elemen hingga. Lam dkk (1988), menyampaikan model *transient seepage* pada zona jenuh dan tidak jenuh, dengan metoda elemen hingga. Cividini dan Gioda (1989) menyampaikan teknis penggunaan *variable mesh* dalam analisa dengan metoda elemen hingga dalam perhitungan aliran dalam media porous. Fredlund, dkk (1994) menyampaikan prediksi koefisien permeabilitas dari tanah tidak jenuh dengan menggunakan *soil-water characteristic curve*. Fredlund dan Xing (1994), menyampaikan persamaan untuk menghitung *soil-water characteristic curve* tanah tidak jenuh. Le Bihan dan Leroueil (2002) menyampaikan analisa numeris model pengaliran udara dan air didalam inti kedap air bendungan tipe urugan.

PERSAMAAN EMPIRIS UNTUK MENGHITUNG KOEFISIEN PERMEABILITAS

Untuk mendapatkan koefisien permeabilitas tanah dalam kondisi tidak jenuh, terdapat dua cara yaitu; dengan persamaan empiris atau model statistik. Untuk dapat menggunakan persamaan empiris, harus dilakukan pengukuran untuk mendapatkan data yang diperlukan dalam menghitung dengan persamaan empiris. Model statistik dapat dipergunakan untuk memperoleh koefisien permeabilitas relatif (k_r) tanah dalam kondisi tidak jenuh apabila koefisien permeabilitas dalam kondisi saturated (k_s) dan kurva *soil-water characteristic* tersedia.

Beberapa persamaan empiris untuk menghitung koefisien permeabilitas pada tanah dalam kondisi tidak jenuh (*unsaturated*) telah dibuat oleh beberapa peneliti dalam bentuk hubungan antara koefisien permeabilitas dengan *matric suction* ($u_a - u_w$), atau koefisien permeabilitas dengan *volumetric water content* (θ_w). Tabel 1 menunjukkan persamaan empiris hubungan antara koefisien permeabilitas dengan *matric suction*, sedangkan Tabel 2 menunjukkan hubungan antara koefisien permeabilitas dengan *volumetric water content*.

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \tag{9}$$

- θ_s : *volumetric water content* pada kondisi jenuh,
- θ_r : *residual volumetric water content*,
- n : konstanta,
- α : konstanta,
- k_s : koefisien permeabilitas dalam kondisi jenuh.

Tabel 1. Persamaan empiris hubungan koefisien permeabilitas dengan *matric suction*

Persamaan	Sumber
$k = a (u_a - u_w) + b$ (1)	Richards (1931)
$k_w = \frac{k_s}{1 + a \left(\frac{(u_a - u_w)}{\rho_w \cdot g} \right)^n}$ (2)	Gardner (1958)
$k_w = k_s$ (3)	
bila $(u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_b$ $k_w = k_s \left(\frac{(u_a - u_w)_b}{(u_a - u_w)} \right)^\eta$ (4)	Brooks dan Corey (1964)
bila $(u_a - u_w) > (u_a - u_w)_b$ $k_w = \frac{k_s}{\left(\frac{(u_a - u_w)}{(u_a - u_w)_b} \right)^{n'} + 1}$ (5)	Arbhabhirama dan Kridakorn (1968)

Tabel 2. Persamaan empiris hubungan koefisien permeabilitas dengan *volumetric water content*

Persamaan	Sumber
$k_r = \Theta^n$ (6)	Averjanov (1950)
$k = k_s (\theta/\theta_s)^n$ (7)	Campbell (1973)
$k = k_s \exp' \alpha (\theta - \theta_s) \rho'$ (8)	Davidson, dkk (1969)

dengan: Θ : *normalized volumetric water content*, atau derajat kejenuhan relatif,

Model statistik juga dapat dipergunakan dalam memperoleh koefisien permeabilitas tanah dalam kondisi tidak jenuh, yaitu dengan menggunakan *soil water characteristic curve*. Pendekatan ini dilakukan dengan asumsi bahwa koefisien permeabilitas dan *soil water characteristic curve* keduanya adalah fungsi dari distribusi pori (*pore size distribution*) di dalam tanah. Berdasarkan *pore size distribution*, Burdine (1953) memberikan persamaan untuk memperoleh koefisien permeabilitas relatif sebagai berikut:

$$k_r(\theta) = \frac{k(\theta)}{k_s} = \Theta^q \frac{\int_{\theta_r}^{\theta} \Psi^2(\theta) d\theta}{\int_{\theta_s}^{\theta_s} \Psi^2(\theta) d\theta} \quad (10)$$

dengan: Θ^q : faktor koreksi,
 q : konstanta,

Ψ : *matric suction*.

konstanta q nilainya adalah 2, sehingga *normalized volumetric water content* merupakan fungsi kwadrat, untuk mengadopsi bentuk lengkung dari fungsi tersebut. Persamaan tersebut diatas menunjukkan akurasi yang tinggi dengan menggunakan faktor koreksi Θ^q , dibandingkan apabila tidak menggunakan faktor koreksi.

Fredlund dan Xing (1994) memberikan persamaan empiris untuk *soil water characteristic curve* sebagai berikut:

$$\theta_w = C(u_a - u_w) \frac{\theta_s}{\left\{ \ln \left[e + \left(\frac{(u_a - u_w)}{a_f} \right)^{n_f} \right] \right\}^{m_f}} \quad (11)$$

dengan: θ_w : *volumetric water content*,
 θ_s : *volumetric water content* pada kondisi jenuh,
 e : 2,718

a_f : parameter tanah yang menunjukkan *air entry value*,

n_f : parameter tanah yang menunjukkan *rate of desaturation*,

m_f : parameter tanah yang berhubungan dengan kondisi *residual water content*.

u_a-u_w : *matric suction*,

$C(u_a-u_w)$: faktor koreksi agar *matric suction* mencapai 1.000.000 pada *zero water content*.

Fredlund dan Xing (1994) lebih lanjut menyampaikan bahwa nilai-nilai parameter tanah a_f , n_f dan m_f dapat dihitung dengan persamaan-persamaan sebagai berikut:

$$a_f = \Psi_i = (u_a - u_w)_i \quad (12)$$

$$m_f = 3,67 \cdot \ln \left[\frac{\theta_s \cdot C(\Psi_i)}{\theta_i} \right] \quad (13)$$

$$n_f = \frac{1,31^{m+1}}{m \cdot C(\Psi_i)} 3,72^{s^n} \quad (14)$$

dengan:

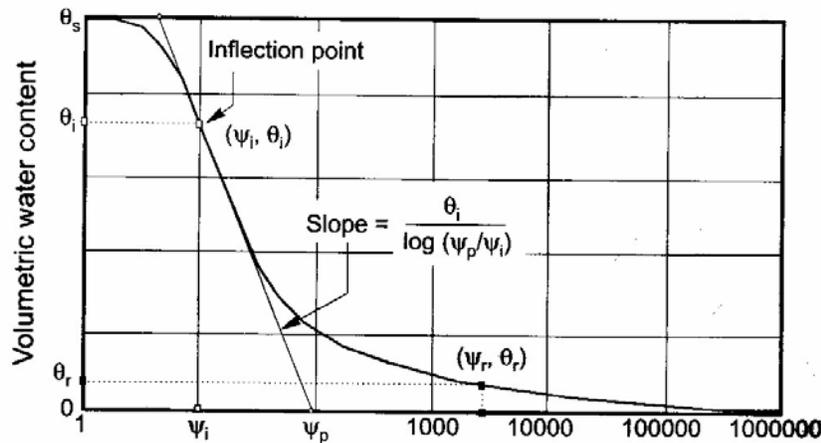
$$s^n = \frac{s}{\theta_s} - \frac{\Psi_i}{1,31^m (\Psi_i - \Psi_r) \ln [1 + (1.000.000 / \Psi_r)]}$$

.....(15)

dan
$$s = \frac{\theta_i}{\ln(\Psi_p / \Psi_i)}$$

(16)

Gambar 2 menunjukkan arti parameter-parameter tersebut diatas secara grafis dalam *soil water characteristic curve*.



Gambar 2. Arti grafis parameter-parameter a_f , n_f , dan m_f dalam *soil water characteristic curve* (Fredlund dan Xing, 1994)

ANALISA NUMERIS PENGALIRAN DENGAN METODA ELEMEN HINGGA

Papagianakis dan Fredlund (1984) menyampaikan model pengaliran yang menerus antara zona jenuh dan tidak jenuh dengan asumsi pengaliran dua dimensi, dengan cara penyelesaiannya dengan metoda elemen hingga. Persamaan diferensial untuk model pengaliran mengacu pada hukum Darcy, dengan mengabaikan derajat kejenuhan tanah seperti yang disampaikan oleh Richards (1931) sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(u_w) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(u_w) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad (17)$$

- dengan:
- h : *total head* (m),
 - k_x : koefisien permeabilitas arah sumbu x (m/dt),
 - k_y : koefisien permeabilitas arah sumbu y (m/dt),
 - u_w : *tegangan air pori* (m).

Papagianakis dan Fredlund (1984) selanjutnya menyelesaikan persamaan diferensial non-linier tersebut diatas dengan menggunakan cara iterasi dalam metoda elemen hingga. Pada setiap iterasi, diasumsikan koefisien permeabilitas pada setiap elemen adalah konstan dengan nilai tergantung pada rata-rata tegangan pori pada titik-titik nodalnya.

Persamaan aliran untuk suatu elemen lokal diperoleh dengan menggunakan metoda *Galerkin weighted residual* dalam Zienkiewicz, 1977 sebagai berikut;

$$\int_A \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(L) \\ \frac{\partial}{\partial y}(L) \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} k_x(u_w) & 0 \\ 0 & k_y(u_w) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(L) \\ \frac{\partial}{\partial y}(L) \end{Bmatrix} dA \{h^n\} - \int_s \{L\}^T \cdot q \cdot dS = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

dengan: $\{L\}$: $\{L_1, L_2, L_3\}$ matriks luas elemen,
 $\{h^n\}$: matriks tinggi tegangan (*nodal head values*) untuk suatu elemen,
 A : luas elemen,
 S : keliling elemen, dan
 q : aliran yang melewati sisi-sisi elemen

Persamaan aliran global untuk seluruh elemen dapat dituliskan sebagai berikut;

$$\sum \{B\}^T \cdot \{k\} \cdot A \cdot \{H^n\} - \int_s \{L\}^T \cdot q \cdot dS = 0 \quad (19)$$

dengan:

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\{L\} \\ \frac{\partial}{\partial y}\{L\} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2 \cdot A} \begin{Bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\{k\} = \begin{Bmatrix} k_x(u_w) & 0 \\ 0 & k_y(u_w) \end{Bmatrix} \quad (21)$$

x_i, y_i : koordinat dari titik-titik nodal elemen

Perumusan metoda elemen hingga tersebut diatas, digunakan dalam program komputer SEEP, yang dapat melakukan perhitungan sampai dengan delapan tanah yang berbeda pada kondisi anisotropik. Hasil perhitungan dengan program komputer SEEP

adalah; koefisien permeabilitas pada setiap elemen, kecepatan aliran, dan tinggi tekanan. SEEP dapat pula menghitung permeabilitas rata-rata, kecepatan rata-rata, dan tinggi tekanan rata-rata titik nodal dalam suatu elemen.

MODEL PENGALIRAN UDARA DAN AIR DALAM INTI KEDAP AIR

LeBihan dan Leroueil (2002) mengusulkan model persamaan-persamaan pengaliran udara dan air di dalam inti kedap air bendungan tipe urugan pada kondisi tidak jenuh. Dalam model tersebut, karena kompleksnya persoalan aliran udara dan air dalam inti kedap air pada kondisi tidak jenuh (*unsaturated*), dipergunakan beberapa hipotesa yang dimasukkan ke dalam 3 golongan yaitu:

- hipotesa yang berhubungan dengan hukum-hukum yang berlaku (*fundamental laws*),
- hipotesa yang berhubungan dengan model, dan
- hipotesa yang berhubungan dengan penyederhanaan masalah.

Hipotesa yang berhubungan dengan hukum-hukum yang belaku ada 5 buah yaitu:

a) Hukum Boyle untuk gas ideal

Hukum Boyle untuk gas ideal menyatakan bahwa: tekanan absolute (P_g) dan volume (V_g) pada suatu massa gas pada temperatur tertentu dinyatakan dalam persamaan:

$$P_g \cdot V_g = N_{m.g} \cdot R \cdot T_k \quad (22)$$

dengan: $N_{m.g}$: jumlah gas dalam satu mole,
 R : konstanta universal untuk gas,
 T_k : temperatur absolute gas.

b) Hukum Dalton untuk tekanan gas parsial

Hukum Dalton untuk tekanan gas parsial menyatakan bahwa: tekanan total udara yang terdiri dari beberapa gas adalah jumlah tekanan parsial setiap gas di dalam suatu volume tertentu.

$$P_{tg} = \sum P_{pg} \quad (23)$$

dengan: P_{tg} : tekanan total gas dalam suatu volume,

P_{pg} : tekanan parsial suatu gas dalam suatu volume.

c) Hukum Henry untuk pelarutan (*dissolution*) gas

Hukum Henry untuk pelarutan gas menyatakan bahwa: untuk suatu temperatur tertentu, fraksi gas yang larut dalam air adalah proporsional (berbanding langsung) dengan tekanan parsialnya. Untuk pelarutan dalam air berlaku persamaan:

$$P_{pg} = \frac{h_{wg} \cdot N_{msg}}{N_{mw}} \quad (24)$$

dengan: h_{wg} : konstanta pelarutan gas dalam air,
 N_{msg} : jumlah gas yang larut dalam satuan moles,
 N_{mw} : jumlah total air dalam satuan moles.

d) Hukum Fick untuk difusi gas

Hukum Fick untuk difusi gas menyatakan bahwa: flux dari penyebaran gas didalam cairan adalah proporsional (berbanding langsung) dengan konsentrasi gas tersebut. Untuk gas yang berdifusi dalam air berlaku persamaan:

$$J_{gd} = \frac{M_{dg}}{A_w \cdot dt} = -D_{wg} \frac{dC_{wg}}{dL} \quad (25)$$

dengan: M_{dg} : massa gas yang menyebar melewati luasan air tertentu (A_w), dalam interval waktu dt,
 D_{wg} : koefisien difusi gas dalam air,
 C_{wg} : massa gas dalam air,
 L : jarak.

e) Hukum Darcy untuk aliran air

Hukum Darcy untuk aliran air menyatakan bahwa: debit per satuan luas adalah koefisien permeabilitas (*hydraulic conductivity*) dikalikan dengan *hydraulic gradient*, yang dinyatakan dalam persamaan:

$$q_w = k_w \cdot i \quad (26)$$

dengan: q_w : debit air per satuan luas,
 k_w : koefisien permeabilitas (*hydraulic conductivity*),
 i : *hydraulic gradient*.

Hipotesa yang berhubungan dengan dengan model ada 4 buah yaitu:

- Model di asumsikan sebagai dimensi tunggal, sehingga dengan asumsi tersebut, maka aliran air dan udara di dalam inti kecap air hanya arah horizontal
- Hydraulic conductivity* relatif terhadap derajat kejenuhan, sehingga persamaan Brooks dan Corey (1964), yaitu: $k_{wr} = S_r^{ak}$,

dengan k_{wr} = *hydraulic conductivity* relatif, S_r adalah derajat kejenuhan, dan ak adalah konstanta yang tergantung pada bentuk distribusi ukuran pori.

- Pembatasan derajat kejenuhan (S_{rf}), dengan asumsi bahwa pada derajat kejenuhan kurang dari S_{rf} maka udara bergerak bebas didalam tanah, sedangkan pada derajat kejenuhan lebih besar dari S_{rf} maka udara dianggap terjebak di dalam pori-pori tanah dan hanya bisa bergerak apabila larut didalam air. Pada model ini, permasalahan derajat kejenuhan (S_{rf}) dibatasi pada rentang antara S_{rf} sampai dengan kondisi jenuh.
- Hubungan *matric suction* dengan derajat kejenuhan. Pada tanah dalam kondisi tidak jenuh, *matric suction* dideskripsikan sebagai selisih antara tekanan udara dengan tekanan air di dalam tanah. Karena model hanya mempunyai derajat kejenuhan (S_r) rentang S_{rf} sampai dengan kondisi jenuh ($S_{rf} \leq S_r \leq 1$), maka hubungan antara *matric suction* dengan derajat kejenuhan dapat dituliskan dengan persamaan sebagai berikut:

$$\Psi = (u_a - u_w) = \frac{\Psi_{rf} (1 - S_r)}{1 - S_{rf}} \quad (27)$$

dengan: Ψ : *matric suction*,
 S_r : derajat kejenuhan yang ditinjau,
 S_{rf} : batas derajat kejenuhan.
 Ψ_{rf} : *matric suction* pada derajat kejenuhan S_{rf} .

Hipotesa yang berhubungan dengan penyederhanaan masalah ada 5 buah yaitu:

- Bahan inti kecap air dianggap homogen dan mempunyai kadar pori yang konstan. Hal ini akan berpengaruh terhadap penggunaan nilai kadar pori dan *hydraulic conductivity* pada kondisi jenuh, yaitu tetap untuk seluruh elemen dan sepanjang waktu yang digunakan untuk analisa.
- Tegangan pori awal pada inti kecap air diabaikan, model akan menggunakan tegangan pori udara awal sama dengan tekanan atmosfer, sedangkan tegangan pori air awal adalah negatif dan sama dengan *matric suction* pada awal derajat kejenuhan (S_{rf}).
- Suhu udara didalam waduk dan didalam inti kecap air dianggap sama dan tetap. Hal ini akan menyebabkan koefisien difusi dari gas didalam air dan *hydraulic conductivity* pada kondisi jenuh akan konstan terhadap waktu, kedalaman dan jarak dari batas inti kecap air.

- d) Tekanan uap air diabaikan. Air dianggap tidak mempunyai uap, dan tekanan uap air pada suhu 5° C, yang nilainya < 1 kPa dipergunakan dalam model ini.
- e) Berliku-likunya aliran air di dalam tanah diabaikan untuk difusi gas, sehingga dalam formulasi aliran gas karena difusi, panjang lintasan air dianggap sama dengan jarak lurusnya.

Beberapa parameter yang dapat diperoleh dari pemodelan ini adalah:

- Perubahan tegangan total dan derajat kejenuhan akibat adanya aliran udara dan air pada inti kedap air,
- Variasi tinggi tekanan *piezometer* pada inti kedap air.
- Derajat kejenuhan inti kedap air sehubungan dengan waktu pengaliran.

Usulan model aliran gas (udara) dan air di dalam inti kedap air ini relatif masih baru, sehingga perlu diuji dan dibandingkan dengan nilai-nilai actual di lapangan dari pembacaan instrumentasi dam untuk mendapatkan validasi dan kemungkinan koreksi.

KESIMPULAN

- a) Aliran air di dalam inti kedap air pada saat penggenangan pertama harus ditinjau dari sudut *unsaturated soil mechanic*, mengingat kondisi inti kedap air sebelum penggenangan adalah tidak jenuh.
- b) Penggunaan program komputer untuk menghitung pengaliran di dalam inti kedap air dengan metoda elemen hingga telah dapat dilakukan berdasarkan *governing equation* dan formulasi metoda elemen hingga.
- c) Model pengaliran air dan udara di dalam inti kedap air merupakan terobosan baru dalam memahami permasalahan tersebut, tetapi karena model tersebut masih baru, perlu mendapatkan validasi dan koreksi untuk dapat diterima dan dipergunakan.

DAFTAR PUSTAKA

Arbhabhirama, A, dan Kridakorn, C. 1968. Steady Downward Flow to a Water Table. *Water Resources Research*. Vol.4.

Averjanov, S.F. 1950. About Permeability of Subsurface Soils in Case of Incomplete Saturation. *Eng. Collect*. Vol 7.

Brooks, R.H., dan Corey, A.T. 1964. Hydraulic properties of Porous Media. *Colorado State*

University Hydrology Paper, Fort Collins, No.3. March. No. 27.

Burdine, N.T. 1953. Relative permeability calculations size distribution data. *Transaction of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers*, 198. pp 71-78.

Campbell, J.D. 1973. Pore pressures and volume changes in unsaturated soils. *PhD thesis*. University of Illinois at Urbana-Campaign. Urbana-Campaign. ILL.

Childs, E.C., and Collis-George, G.N. 1950. The permeability of porous materials. *Proc Royal Society of London*. Series A. 201. pp 392-405.

Chung-Yi, R.L. 1971. Steady seepage through dams of trapezoidal cross section. *Geotechnique*, Vol.21. No.3. pp 233-244.

Cividini, A., and Gioda, G. 1989. On the variable mesh finite element analysis of unconfined seepage problems. *Geotechnique*, Vol.39. No.2. pp 251 – 267.

Dakshanamurthy, V., and Fredlund, D.G. 1980. Moisture and Air Flow in an Unsaturated Soil. *Proc 4th Intl Conf on Expansive Soil*. Denver, CO, Vol I, pp 514-532.

Davidson, J.M., Stone, L.R., Nielsen, D.R., and Larue, M.E. 1969. Fiels Measurement and Use of Soil-Water Properties. *Water Resources Research*, 5. pp 1312 – 1321.

Fredlund, D.G., and Rahardjo, H. 1993. *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. John Wiley & Sons. New York.

Fredlund, D.G., and Xing, A. 1994. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*. Vol.31, no.3, pp 521-532.

Fredlund, D.G., Xing, A., and Huang, S.Y. 1994. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*. Vol.31, no.4, pp 533-546.

Freeze, R.A. 1971. Influence of the Unsaturated flow domain on seepage through earth dams. *Water Resources Research*. Vol. 7. No.4. pp 929-940.

Gardner, W.R. 1958. Some Steady State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with Application to Evaporation from a Water Table. *Soil Science*. Vol.85. no.4.

Kuntze, R.J., Uehara, G., and Graham, K. 1958. Factors important in the calculation of hydraulic conductivity. *Proceedings Soil Science Society of America*. Vol. 32. pp. 760-765.

Lam, L., Fredlund, D.G., and Barbour, S.L. 1988. Transient Seepage Model for Saturated-

- Unsaturated Systems: A Geotechnical Engineering Approach. *Canadian Geotechnical Journal*. Vol.24, no.4, pp 565 - 580.
- LeBihan, J.P., and Leroueil, S. 2002. A model for gas and water flow through the core of earth dams. *Canadian Geotechnical Journal*. Vol.39. No.1. pp 90-102.
- Marshall, T.J. 1958. A relation between permeability and size distribution of pores. *Journal of Soil Science*. Vol.9. pp 1-8.
- Nobari, E.S., and Duncan, J.M. 1972. Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movement in Earth Dams. A Report of an Investigation. *Report No. TE-72-1*. University of California Berkeley. California.
- Papagianakis, A.T., Fredlund, D.G. 1984, A Steady State Model for Flow in Saturated-Unsaturated Soils. *Canadian Geotechnical Journal*. Vol.21, no.3, pp 419-430.
- Richards, L.A, (1931), Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics I*, pp 318-330.
- Zienkiewicz, O.C. 1977. *The Finite Element Method in Engineering Science*. McGraw-Hill Book Co. New York.
-