

BERPIKIR ANALOGIS SISWA SMP DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA DITINJAU DARI KEMAMPUAN MATEMATIKA

Irwani Zawawi¹

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Gresik

irwanizawawi@umg.ac.id

Sujalwo²

Prodi Pendidikan Teknik Informatika FKIP Universitas Muhammadiyah Sukarta

sujalwo@ums.ac.id

ABSTRACT: This study is aimed to obtain a description of analogical thinking students in solving the mathematical problems in terms of mathematical abilities. This research used a qualitative descriptive design. Researchers chose three subjects, which consist of one student from each group mathematical skills: those are from high, medium, and low level. Researchers developed two mathematical analogy problems, each of its which consists of the target resource issues and problems. As a result, analogical thinking mathematical ability of thr students from high, medium and low level in solving mathematical problems is to identify the known information, the questioned information, and additional information on the issue of the source and the target problem. Known information and additional information on the source of the problem is used to solve the problem of resources and build structures relational source problem resolution. Students mapped the relational structure of the problem source solving to the target. Mapping procedures that is done by students is to map the mathematical concepts that are in mutual accord from the problem source to the target problem. The relational structure problem solving resources structure adapted into a target problem solving and applied to solve the problem of the target.

Keywords: Analogical Thinking, Mathematics Problem, Mathematical Ability

PENDAHULUAN

Berpikir adalah proses mental, suatu proses yang terjadi dalam diri seseorang. Berpikir biasanya terjadi pada seseorang yang mengalami masalah atau sedang dihadapkan pada suatu masalah. Siswono (2009) berpendapat bahwa berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus diselesaikan. Sedangkan Ruggiero (2009) mengartikan berpikir sebagai suatu aktivitas mental untuk membantu merumuskan atau memecahkan masalah, membuat keputusan, atau memenuhi hasrat keingintahuan. Pendapat ini menunjukkan bahwa ketika seseorang menyelesaikan masalah atau membuat kesimpulan, maka ia melakukan suatu aktivitas berpikir.

Berpikir seseorang terjadi dalam otak manusia, sehingga tidak mudah untuk dilihat. Subanji (2011) mengatakan berpikir juga sering diartikan sebagai aktifitas mental yang terjadi di dalam otak dalam rangka mengingat, memahami mencari atau membuat cara, menganalisis, mensintesis masalah dalam rangka menyelesaikannya. Berpikir adalah aktivitas

kognitif yang terjadi dalam otak (tidak tampak, tetapi bisa disimpulkan dari perilaku tampak), melibatkan manipulasi pengetahuan untuk menghasilkan pengetahuan baru. Memanipulasi pengetahuan dalam rangka menghasilkan pengetahuan baru dapat mengaitkan pengetahuan-pengetahuan yang sudah tertanam dalam pikiran seseorang dengan pengetahuan yang sedang dipelajari. Bentuk keluaran (*output*) berpikir adalah berupa proses atau langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah.

Berpikir dalam rangka menyelesaikan masalah melibatkan berpikir untuk mengaitkan pengetahuan yang sudah pernah dialami dengan permasalahan yang akan diselesaikan. Sesuai dengan pendapat Voskoglou (2012) bahwa ketika menghadapi masalah baru kita sering diingatkan menyelesaikan masalah yang sama di masa lalu dan dapat menggunakan prosedur pemecahan masalah lama untuk menyelesaikan masalah baru. Lebih lanjut Voskoglou mengatakan prosedur penyelesaian masalah semacam ini disebut penyelesaian masalah secara analogi (*analogical problem solving*).

Jee, Gentner, Manduca, Shipley, & Sageman (2013) berpendapat bahwa analogi

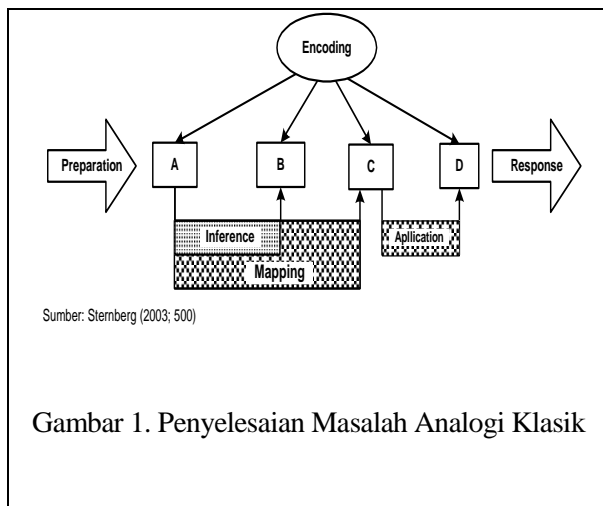
adalah tipe kemiripan di mana dua contoh berbagi sistem relasi yang sama. English (2004) mendefinisikan dalam pengertian umum, analogi adalah kemampuan untuk berpikir dengan pola relasional. Novick (2010) berpendapat bahwa analogi adalah menemukan korespondensi antara kemiripan dua situasi dan menggunakan kemiripan tersebut untuk mentransfer informasi dari situasi lebih dikenal kepada situasi kurang dikenal. Analogi dapat diartikan sebagai kemiripan struktur relasional antara sesuatu dengan yang lain.

Berpikir analogis menurut Holyoak & Thagard (1995) adalah kemampuan untuk memahami dua domain atau lebih atas dasar kemiripan struktur hubungan suatu objek yang fitur permukaannya tidak selalu sama. Voskoglou (2012) berpendapat bahwa berpikir analogis adalah metode pengolahan informasi yang membandingkan kemiripan antara konsep baru dan konsep masa lalu yang telah dipahami, kemudian menggunakan kemiripan ini untuk mendapatkan pemahaman tentang konsep baru. Berpikir analogis adalah suatu aktivitas mental yang bertolak dari dua peristiwa khusus yang mirip satu sama lain, kemudian menyimpulkan bahwa apa yang berlaku bagi peristiwa yang satu akan berlaku juga bagi yang lain. Berpikir analogis memerlukan pemahaman sesuatu yang baru dengan membandingkan dengan sesuatu yang dikenal (English, 1998), dan secara umum didefinisikan sebagai transfer informasi struktural dari satu sistem (disebut sumber), ke sistem lain (disebut target) melalui pemetaan relasional korespondensi antara kedua sistem (English & Sharry, 1996).

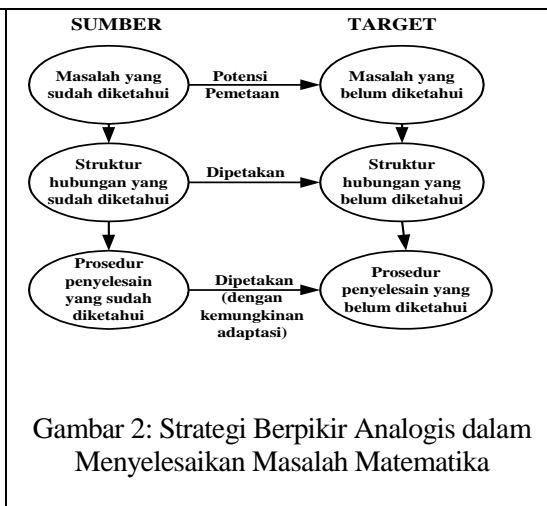
Berpikir analogis diklasifikasikan menjadi dua tipe umum, yaitu analogi klasik dan analogi pemecahan masalah (Palchuk dan Chen, 2009). Sedangkan English (2004) membagi tipe analogi

menjadi analogi klasik, analogi pemecahan masalah, dan analogi pedagogis. Berpikir analogis melibatkan pemetaan analogis, proses menemukan unsur-unsur dalam target yang bersesuaian dengan unsur-unsur dalam sumber dan menyelaraskannya bersama-sama. Analogi klasik mengikuti bentuk $A: B:: C: \dots?$ (D), (Zook, 2015; DeWolf, Melissa, dan Holyoak, 2013; Holyoak, 2012; Goswami, 2011; Lee dan Sriraman, 2010; Palchuk dan Chen, 2009; Sternberg, 1987;). Sternberg (2008) menjelaskan bahwa dalam merepresentasikan analogi-analogi, tanda titik dua (:) mengindikasikan ungkapan 'menjadi', sedangkan tanda titik dua ganda (::) digunakan untuk mengindikasikan ungkapan 'sama seperti'. Penyajian bentuk lain analogi klasik adalah 'a' is to 'b' as 'c' is to 'd' (Zook, 2015; Richland, & Simms, 2015; Novick, 2010). English (2004) membagi A: B disebut paruh pertama analogi dan C: ...? (D) disebut paruh kedua analogi.

Sternberg (2003) menjelaskan dalam menyelesaikan masalah analogi klasik bentuk $A: B:: C: \dots?$ (D) (Gambar 1) adalah sebagai berikut: (1) Pemecah masalah mengkode (*encoding*) relasi masalah A dan B dikaitkan dengan relasi masalah C dan ...? (D), (2) Inferensi (*inferring*) mencari struktur relasional (relasi tingkat rendah) antara A dan B (paruh pertama analogi), (3) Kemudian, memetakan (*mapping*) struktur relasional A dan B dengan struktur relasional (relasi tingkat lebih tinggi) antara C dan setiap penyelesaian yang mungkin untuk masalah analogi, (4) Akhirnya, mengaplikasikan (*applying*) struktur relasional untuk memilih solusi mana saja yang berpotensi besar menjadi jawaban yang benar untuk masalah analogi tersebut (paruh kedua analogi).



Gambar 1. Penyelesaian Masalah Analogi Klasik



Gambar 2: Strategi Berpikir Analogis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Novick (English, 1999) mengatakan bahwa berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika melibatkan masalah sumber dan masalah target. Strategi berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika adalah dengan memperhatikan relasi antara masalah, struktur, dan prosedur penyelesaian masalah sumber dengan masalah, struktur, dan prosedur penyelesaian masalah target. Bassok (2001), Holyoak, Gentner, dan Kokinov (2001), English (2004) mengilustrasikan strategi berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika, dapat dilihat pada Gambar 2. Skema strategi berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika adalah sebagai berikut: 1) Mengidentifikasi potensi pemetaan informasi-informasi yang terdapat pada masalah sumber dan masalah target. 2) Memetakan struktur hubungan antara masalah sumber dan masalah target. 3) Memetakan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target.

Prosedur baku dalam menyelesaikan masalah matematika adalah mengidentifikasi atau menuliskan informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi tambahan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika kegiatan ini dilakukan terhadap dua atau lebih masalah yang mirip, kegiatan ini dinamakan mengkode (*encode*) masalah sumber dan masalah target. Berdasarkan informasi yang diketahui dan yang ditanyakan tersebut, subjek menginternalisasi pengetahuan untuk menggunakan ide-ide atau objek matematika berupa: konsep, fakta, operasi atau prinsip (Soedjadi, 2000) yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber. Hal inilah yang dilakukan subjek pada tahap *inferring*. Aturan

atau struktur penyelesaian yang mencakup struktur relasional konsep, fakta, operasi atau prinsip pada masalah sumber dipetakan (*mapping*) untuk ke masalah target. Akhirnya subjek menyelesaikan masalah target (*applying*) mengacu pada struktur relasional penyelesaian masalah sumber.

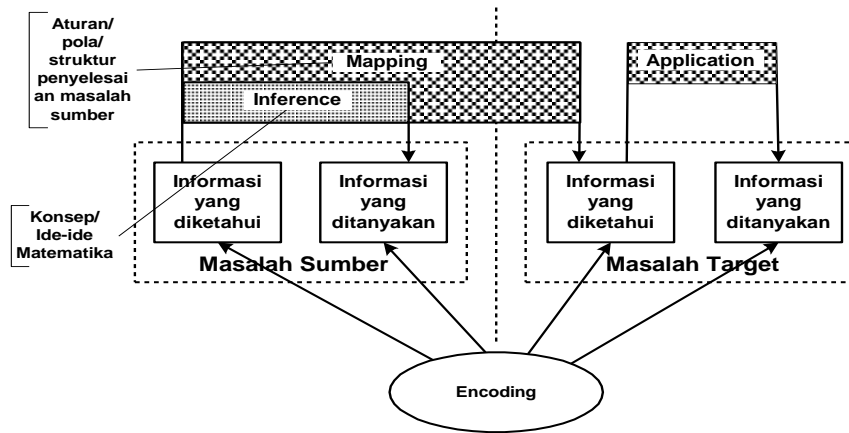
Berdasarkan uraian diatas penulis berpendapat bahwa berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika adalah aktifitas mental siswa dalam menyelesaikan masalah target menggunakan struktur relasional penyelesaian masalah sumber, dengan tahapan: pengkodean (*encoding*), Inferensi (*inferring*), pemetaan (*mapping*), dan aplikasi (*applying*). Tahapan berpikir analogis subjek dalam menyelesaikan masalah matematika adalah:

1. Pengkodean (*incoding*) adalah proses dimana subjek melakukan identifikasi informasi-informasi yang terkandung pada masalah sumber dan masalah target.
2. Inferensi (*inferring*) adalah proses menentukan struktur relasional penyelesaian masalah sumber.
3. Pemetaan (*mapping*) adalah proses pemetaan struktur relasional penyelesaian masalah sumber ke masalah target.
4. Penerapan (*applying*) adalah proses mengaplikasikan struktur relasional penyelesaian masalah sumber dalam menyelesaikan masalah target.

Berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika menurut penulis dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 3. Dari uraian di atas, berpikir analogis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dalam

penelitian ini adalah aktivitas mental siswa dalam menyelesaikan masalah target dengan menggunakan struktur relasional penyelesaian

masalah sumber, dengan tahapan: *encoding*, *inferring*, *mapping*, dan *applying*.



Gambar 3. Berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika

English (2004) mengatakan bahwa siswa memerlukan dasar pengetahuan khusus berkaitan dengan penggunaan analogi dalam menyelesaikan masalah. Pertama, siswa harus mengetahui struktur relasional yang digeneralisasikan dari masalah sumber untuk menyelesaikan masalah target. Ferragud, Portolés, dan Sanjosé, 2015; Saifaddin, 2014; Gentner, Loewenstein, and Thompson, 2003; Holyoak, and Thagard, 1989 menyebutnyadengan istilah *transfer* atau *mapping*. Keberhasilan proses transfer menurut Saifaddin (2014) bergantung pada kemudahan informasi yang diperoleh dari sumber dan diterapkan untuk memecahkan masalah yang sama (target). Kedua, siswa harus tahu untuk mencari dan harus mampu mengidentifikasi korespondensi struktur hubungan antara masalah target dan masalah sumber. Ketiga, siswa harus tahu apa yang harus dilakukan dengan kesamaan relasional antara masalah sumber dan masalah target (English, 2004).

Untuk berhasil dalam melaksanakan proses *transfer* atau *mapping* dalam menyelesaikan masalah matematika dibutuhkan kemampuan matematika. Semakin tinggi tingkat kemampuan matematika siswa memungkinkan keberhasilan dalam menyelesaikan masalah analogi semakin tinggi pula. Tingkat kemampuan matematika ini penting dalam menyelesaikan masalah analogis. Novick (1992) mengatakan kemampuan matematika dibutuhkan ketika masalah target

tidak sepenuhnya isomorfik dengan masalah sumber, yaitu, ketika struktur penyelesaian masalah sumber harus disesuaikan (diekstrapolasi) dalam beberapa cara untuk menjelaskan aspek-aspek yang unik dari masalah target. Ini artinya bahwa untuk bisa berhasil dalam menyelesaikan masalah dengan analogi dibutuhkan kemampuan matematika. Kegagalan dalam proses transfer sering terjadi ketika siswa tidak dapat menerapkan solusi sebelumnya yang telah mereka pelajari (Saifaddin, 2014).

Penelitian dibidang analogi telah banyak dilakukan, terutama penelitian kuantitatif melihat kemampuan berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika (Saifaddin, 2014; Richland, & Hansen, 2013; Voskoglou, 2012). Penelitian menggunakan analogi dalam pembelajaran (Vendetti, Matlen, Richland, and Bunge, 2015; Loc, dan Uyen, 2014; Besold, 2014; Peled, 2007). Ferragud, Portolés, dan Sanjosé, (2015) melakukan penelitian kuantitatif untuk melihat pengaruh topik-topik familier dalam transfer analogis pada penyelesaian masalah. Sedangkan penelitian yang memfokuskan pada proses berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah matematika masih kurang, sehingga peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang berpikir analogi siswa dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari kemampuan matematika.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka pertanyaan penelitian ini dirumuskan sebagai

berikut, “Bagaimana berpikir analogis siswa SMP dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari kemampuan matematika”

METODE PENELITIAN

Tujuan penelitian ini mendeskripsikan berpikir analogis siswa SMP dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari kemampuan matematika. Penelitian ini tergolong penelitian kualitatif karena dilakukan dengan memenuhi karakteristik penelitian kualitatif. Disebut pendekatan kualitatif, karena pendeskripsian hasil penelitian ini dengan menggunakan kata-kata atau menuturkan penelitian dari lapangan dalam bahasa dan uraian. Dilihat dari tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan berpikir analogis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, sedangkan data yang dihasilkan adalah data kualitatif, maka jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Data penelitian ini diperoleh melalui wawancara mendalam agar informasi yang didapatkan lebih lengkap, mendalam, kredibel, dan bermaknasehingga tujuan penelitian ini dapat tercapai. Dengan demikian data penelitian ini terdiri dari tiga jenis, yaitu data wawancara, data pengamatan, dan dokumen.

Peneliti memilih 3 subjek, yang terdiri dari masing-masing 1 siswa dari setiap kelompok kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Pemilihan subjek didasarkan pada hasil Tes Kemampuan Matematika (TKM), dengan kategori siswa berkemampuan matematika tinggi ($\text{skor} \geq 75$), berkemampuan matematika sedang ($60 \leq \text{skor} < 75$), dan berkemampuan matematika rendah ($\text{skor} < 60$). Soal tes kemampuan matematika terdiri dari 12 butir soal disusun berdasarkan soal-soal ujian nasional 3 tahun terakhir. Soal-soal ujian nasioanal dimodifikasi dari bentuk pilihan berganda menjadi soal bentuk uraian dengan menghilangkan pilihan jawaban pada soal-soal ujian nasional tersebut. Materi soal tes kemampuan matematika dipilih hanya sampai pada materi matematika kelas VIII SMP.

Instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri dengan dibantu instrumen yang berupa soal masalah analogi matematika (MAM) dan pedoman wawancara. Instrumen bantu dalam penelitian ini berupa lembar tugas Masalah analogi matematika (MAM) terdiri dari dua pasang masalah, yaitu masalah analogi

matematika jenis 1 (MAM I) dan masalah analogi matematika jenis 2 (MAM II) yang masing-masing jenis masalah analogi matematika terdiri dari masalah sumber dan masalah target.

Metode pengumpulan data dalam penelitian ini adalah Tugas Tertulis Masalah Analogi Matematika dan wawancara mendalam (*in depth interview*) berbasis Tugas Tertulis MAM. Setelah data terkumpul selanjutnya dilakukan pengecekan keabsahan data dengan (1) uji kredibilitas, yaitu uji kebenaran data yang diperoleh atau dikenal dengan istilah validitas internal, (2) uji reliabilitas, yaitu uji kekonsistenan atau keajegan data yang diperoleh dengan menggunakan triangulasi waktu, dan (3) uji konfirmabilitas atau uji objektivitas akan terpenuhi dengan sendirinya, bila validitas internal penelitian terpenuhi. Selanjutnya setelah data valid, maka dilakukan analisis data yang mencakup kategorisasi/klasifikasi data, reduksi data, interpretasi data, dan penarikan kesimpulan.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Setelah dilakukan pengumpulan dan pemaparan data, validasi data dengan triangulasi, dan menganalisis data yang diperoleh dari subjek berkemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah, diperoleh berpikir analogis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

1. Berpikir Analogis Siswa Berkemampuan Matematika Tinggi

a. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Encoding*

Subjek berkemampuan matematika tinggi memahami dan mengidentifikasi informasi pada masalah sumber dan masalah target dengandengan cara membaca kedua masalah. Ketika membaca masalah target, subjek memperhatikan masalah sumber. Dengan membaca, subjek dapat menyatakan ulang atau menuliskan informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi tambahan untuk menyelesaikan masalah sumber dan masalah target.

Prosedur baku dalam menyelesaikan masalah matematika adalah mengidentifkasi atau menuliskan kembali informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi-informasi lain yang dapat membantu dalam menyelesaikan masalah matematika

(Polya, 1973). Ketika menyelesaikan masalah analogi matematika, identifikasi tersebut dilakukan terhadap masalah sumber dan masalah target seraya mengidentifikasi hubungan informasi antara masalah sumber dan masalah target. Subjek berkemampuan matematika tinggi mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target.

Prosedur indentifikasi (*encode*) masalah sumber dan masalah target adalah dengan mengidentifikasi informasi yang bersesuaian antara masalah sumber dan masalah target. Subjek berkemampuan matematika tinggi mengidentifikasi informasi menghasilkan lebih dari satu set informasi yang berguna untuk menyelesaikan masalah sumber.

b. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Inferring*

Subjek berkemampuan matematika tinggi membangun rencana penyelesaian berdasarkan identifikasi informasi tahap *encoding* dan menghubungkan informasi tersebut dengan konsep-konsep atau ide matematika. Kemudian setelah dirasa rencana yang diperlukan cukup untuk menyelesaikan masalah sumber, subjek menyimpulkan untuk menggunakan konsep-konsep matematika yang saling berhubungan untuk menyelesaikan masalah sumber. Konsep-konsep tersebut diramu menjadi struktur penyelesaian masalah sumber. Pada tahap ini, subjek membangun hubungan tingkat rendah (*lower order*) antara konsep-konsep yang saling berhubungan untuk dipergunakan menyelesaikan masalah sumber. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu & Torn, 2004) yang mengatakan bahwa pada tahap *inferring* subjek mencari hubungan “tingkat rendah” (*low order*) yang terdapat pada masalah sumber. Subjek berkemampuan matematika tinggi menyelesaikan masalah sumber lebih satu struktur penyelesaian.

c. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Mapping*

Subjek berkemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan penyelesaian masalah sumber. Dengan memperhatikan

penyelesaian masalah sumber, subjek dapat melihat kemiripan antara informasi masalah sumber dan masalah target. Berdasarkan kemiripan tersebut, subjek memetakan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target untuk menyelesaikan masalah target. Ini sesuai dengan apa yang diungkapkan English (2004) bahwa seorang siswa dikatakan berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah jika: 1) Siswa dapat mengidentifikasikan apakah ada hubungan antara masalah yang dihadapi (target) dengan pengetahuan yang telah dimilikinya (sumber), 2) Siswa dapat mengidentifikasi struktur masalah sumber yang sesuai dengan masalah target.

Konsep-konsep matematika yang saling berhubungandiramu menjadi struktur penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber, kemudian dipetakan (*mapping*) untuk menyelesaikan masalah target. Pada tahap ini, subjek mencari hubungan tingkat tinggi (*high order*), dimana komponen-komponen penyelesaian masalah sumber direlasikandengan komponen-komponen penyelesaian masalah target. Tatanan hubungan tingkat tinggi tersebut maksudnya adalah struktur penyelesaian tersebut tidak hanya digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber akan tetapi konsep-konsep matematika tersebut diramu kembali menjadi struktur penyelesaian untuk digunakan menyelesaikan masalah target. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu, 2004) yang mengatakan bahwa pada tahap *mapping* subjek mencari hubungan “tingkat tinggi” (*higher order*) yaitu membangun hubungan informasi antara masalah sumber dan masalah target. Prosedur pemetaan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target adalah dengan memetakan konsep-konsep yang bersesuaian antara masalah sumber dengan masalah target. Subjek berkemampuan matematika tinggi memetakan lebih dari satu struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target.

d. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Applying*

Berdasarkan struktur penyelesaian masalah sumber yang di petakan ke masalah target, subjek berkemampuan matematika tinggi mengaplikasikan struktur penyelesaian tersebut untuk menyelesaikan masalah target. Kemudian menyelesaikan masalah target dengan benar sesuai struktur penyelesaian yang diadaptasi dari struktur penyelesaian masalah sumber. Subjek berkemampuan matematika tinggi menyelesaikan masalah target mengikuti struktur penyelesaian masalah sumber. Ini sesuai pendapat Novick (English, 1999) mengatakan bahwa siswa dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan masalah sumber dan menerapkan struktur masalah sumber pada masalah target.

2. Berpikir Analogis Siswa Berkemampuan Matematika Sedang

a. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Encoding*

Subjek berkemampuan matematika sedang memahami dan mengidentifikasi informasi yang ada pada masalah sumber dan masalah target melalui membaca kedua masalah. Ketika membaca masalah target, subjek memperhatikan masalah sumber. Dengan membaca, subjek dapat menyatakan ulang atau menuliskan informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi tambahan untuk menyelesaikan masalah sumber dan masalah target.

Prosedur baku dalam menyelesaikan masalah matematika adalah mengidentifikasi atau menuliskan kembali informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi-informasi lain yang dapat membantu dalam menyelesaikan masalah matematika (Polya, 1973). Ketika menyelesaikan masalah analogi matematika, identifikasi tersebut dilakukan terhadap masalah sumber dan masalah target. Subjek berkemampuan matematika sedang mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target.

Prosedur indentifikasi (*encode*) masalah sumber dan masalah target adalah

dengan mengidentifikasi informasi yang bersesuaian antara masalah sumber dan masalah target. Subjek berkemampuan matematika sedang mengidentifikasi informasi menghasilkan hanya satu set informasi yang berguna untuk menyelesaikan masalah sumber.

b. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Inferring*

Subjek berkemampuan matematika sedang membangun rencana penyelesaian berdasarkan identifikasi informasi tahap *encoding* dan menghubungkan informasi tersebut dengan konsep-konsep atau ide matematika. Rencana penyelesaian tersebut menggunakan konsep-konsep matematika yang saling berhubungan satu dengan lainnya. Kemudian setelah dirasa rencana-rencana yang diperlukan cukup untuk menyelesaikan masalah sumber, subjek menyimpulkan untuk menggunakan konsep-konsep matematika untuk menyelesaikan masalah sumber. Konsep-konsep tersebut diramu menjadi struktur penyelesaian masalah sumber. Pada tahap ini, subjek membangun hubungan tingkat rendah (*lower order*) antara konsep-konsep yang saling berhubungan untuk dipergunakan menyelesaikan masalah sumber. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu & Torn, 2004) yang mengatakan bahwa pada tahap *inferring* subjek mencari hubungan “tingkat rendah” (*low order*) yang terdapat pada masalah sumber. Subjek berkemampuan matematika sedang menyelesaikan masalah sumber hanya dengan satu struktur penyelesaian

c. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Mapping*

Subjek berkemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan penyelesaian masalah sumber. Dengan memperhatikan penyelesaian masalah sumber, subjek dapat melihat kemiripan antara informasi masalah sumber dan masalah target. Berdasarkan kemiripan tersebut, subjek memetakan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target untuk menyelesaikan masalah target. Ini sesuai dengan apa yang ungkapkan English (2004) bahwa seorang siswa dikatakan berpikir analogis dalam

menyelesaikan masalah jika: 1) Siswa dapat mengidentifikasi apakah ada hubungan antara masalah yang dihadapi (target) dengan pengetahuan yang telah dimilikinya (sumber), 2) Siswa dapat mengidentifikasi struktur masalah sumber yang sesuai dengan masalah target.

Konsep-konsep matematika yang saling berhubungandirangkai menjadi struktur penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber, kemudian dipetakan (*mapping*) untuk menyelesaikan masalah target. Pada tahap ini, subjek mencari hubungan tingkat tinggi (*high order*), dimana komponen-komponen penyelesaian masalah sumber direlasikandengan komponen-komponen penyelesaian masalah target. Tatanan hubungan tingkat tinggi tersebut maksudnya struktur penyelesaian tersebut tidak hanya digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber akan tetapi konsep-konsep matematika tersebut diramu kembali menjadi struktur penyelesaian untuk digunakan menyelesaikan masalah target. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu & Torn, 2004) yang mengatakan bahwa pada tahap *mapping* subjek mencari hubungan “tingkat tinggi” (*higher order*) yaitu membangun hubungan informasi antara masalah sumber dan masalah target. Prosedur pemetaan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target adalah dengan memetakan konsep-konsep yang bersesuaian antara masalah sumber dengan masalah target. Subjek berkemampuan matematika sedang memetakan hanya satu struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target

d. **Berpikir Analogis Siswa Tahap *Applying***

Berdasarkan struktur penyelesaian masalah sumber yang dipetakan ke masalah target, subjek berkemampuan matematika sedang mengaplikasikan struktur penyelesaian tersebut untuk menyelesaikan masalah target. Kemudian menyelesaikan masalah target dengan benar sesuai struktur penyelesaian yang diadaptasi dari struktur penyelesaian masalah sumber.

Subjek berkemampuan matematika sedang menyelesaikan masalah target mengikuti struktur penyelesaian masalah sumber. Ini sesuai pendapat Novick (English, 1999) mengatakan bahwa siswa dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan masalah sumber dan menerapkan struktur masalah sumber pada masalah target.

3. **Berpikir Analogis Siswa Berkemampuan Matematika Rendah**

a. **Berpikir Analogis Siswa Tahap *Encoding***

Subjek berkemampuan matematika rendah memahami dan mengidentifikasi informasi yang ada pada masalah sumber dan masalah target melalui membaca kedua masalah. Ketika membaca masalah target, subjek memperhatikan masalah sumber. Dengan membaca, subjek dapat menyatakan ulang atau menuliskan informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi tambahan untuk menyelesaikan masalah sumber dan masalah target.

Prosedur baku dalam menyelesaikan masalah matematika untuk mengidentifikasi atau menuliskan kembali informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan serta informasi-informasi lain yang dapat membantu dalam menyelesaikan masalah matematika (Polya, 1973). Ketika menyelesaikan masalah analogi matematika, identifikasi tersebut dilakukan terhadap masalah sumber dan masalah target. Subjek berkemampuan matematika rendah mengidentifikasi informasi menghasilkan lebih dari satu set informasi yang berguna untuk menyelesaikan masalah sumber.

b. **Berpikir Analogis Siswa Tahap *Inferring***

Subjek berkemampuan matematika rendah belum pernah menyelesaikan masalah yang mirip dengan masalah sumber. Subjek tidak melihat hubungan antara informasi yang diketahui dengan informasi yang ditanyakan sehingga tidak dapat memunculkan ide untuk menggunakan konsep matematika tertentu dalam rangka menyelesaikan masalah sumber. Untuk sampai pada kesimpulan menggunakan konsep-konsep matematika tertentu dalam menyelesaikan masalah

sumber masih memerlukan bimbingan. Bentuk bimbingan yang diberikan kepada subjek berkemampuan matematika rendah berupa menggunakan analogi dengan benda-benda nyata yang ada disekitarnya serta analogi menggunakan konsep-konsep bilangan yang lebih sederhana.

Berdasarkan analogi menggunakan konsep matematika dan bilangan yang lebih sederhana, subjek membangun ide untuk merencanakan penyelesaian masalah sumber. Kemudian setelah dirasa rencana-rencana yang diperlukan cukup untuk menyelesaikan masalah sumber, subjek menyimpulkan untuk menggunakan konsep-konsep matematika untuk menyelesaikan masalah sumber. Konsep-konsep tersebut diramu menjadi struktur penyelesaian masalah sumber.

Pada tahap ini, subjek membangun hubungan tingkat rendah (*lower order*) antara konsep-konsep yang saling berhubungan untuk dipergunakan menyelesaikan masalah sumber. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu & Torn, 2004) yang mengatakan bahwa pada tahap *inferring* subjek mencari hubungan “tingkat rendah” (*low order*) yang terdapat pada masalah sumber. Subjek berkemampuan matematika rendah menyelesaikan masalah sumber hanya dengan satu struktur penyelesaian

c. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Mapping*

Subjek berkemampuan matematika rendah dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan penyelesaian masalah sumber. Dengan memperhatikan penyelesaian masalah sumber, subjek dapat melihat kemiripan antara informasi masalah sumber dan masalah target. Berdasarkan kemiripan tersebut, subjek memetakan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target untuk menyelesaikan masalah target. Ini sesuai dengan apa yang ungkapkan English (2004) bahwa seorang siswa dikatakan berpikir analogis dalam menyelesaikan masalah jika: 1) Siswa dapat mengidentifikasi apakah ada hubungan antara masalah yang dihadapi (target) dengan pengetahuan yang telah

dimilikinya (sumber), 2) Siswa dapat mengidentifikasi struktur masalah sumber yang sesuai dengan masalah target.

Konsep-konsep matematika yang saling berhubungandiramu menjadi struktur penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber, kemudian dipetakan (*mapping*) untuk menyelesaikan masalah target. Pada tahap ini, subjek mencari hubungan tingkattinggi (*hight order*), dimana komponen-komponen penyelesaian masalah sumber direlasikandengan komponen-komponen penyelesaian masalah target. Tatanan hubungan tingkat tinggi tersebut maksudnya struktur penyelesaian tersebut tidak hanya digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber akan tetapi konsep-konsep matematika tersebut diramu kembali menjadi struktur penyelesaian untuk digunakan menyelesaikan masalah target. Hal ini sesuai dengan Sternberg (Chiu & Torn, 2004) mengatakan bahwa pada tahap *mapping* subjek mencari hubungan “tingkat tinggi” (*higher order*) yaitu membangun hubungan informasi antara masalah sumber dan masalah target. Prosedur pemetaan struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target adalah dengan memetakan konsep-konsep yang bersesuaian antara masalah sumber dengan masalah target. Subjek berkemampuan matematika rendah memetakan lebih dari satu struktur penyelesaian masalah sumber ke masalah target.

d. Berpikir Analogis Siswa Tahap *Applying*

Berdasarkan struktur penyelesaian masalah sumber yang dipetakan ke masalah target, subjek berkemampuan matematika rendah mengaplikasikan struktur penyelesaian tersebut untuk menyelesaikan masalah target. Kemudian menyelesaikan masalah target dengan benar sesuai struktur penyelesaian yang diadaptasi dari struktur penyelesaian masalah sumber. Subjek berkemampuan matematika tinggi menyelesaikan masalah target mengikuti struktur penyelesaian masalah sumber. Ini sesuai pendapat Novick (English, 1999) mengatakan

bahwa siswa dalam menyelesaikan masalah target memperhatikan masalah sumber dan menerapkan struktur masalah sumber pada masalah target.

KESIMPULAN

Berpikir analogis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika adalah mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan, dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target. Siswa mengidentifikasi konsep-konsep matematika yang saling berhubungan, kemudian merangkainya menjadi struktur relasional penyelesaian masalah sumber. Siswa membangun struktur relasional tingkat rendah (*low order*) antara konsep-konsep matematika pada masalah sumber, kemudian menggeneralisasi struktur relasional tersebut untuk menyelesaikan masalah sumber. Kemudian siswa memetakan struktur relasional penyelesaian masalah sumber ke masalah target. Prosedur pemetaan yang dilakukan siswa adalah memetakan konsep-konsep matematika yang bersesuaian antara masalah sumber dan masalah target. Siswa membangun struktur relasional tingkat tinggi (*high order*), dimana konsep-konsep yang saling berhubungan pada masalah sumber direlasikan dengan konsep-konsep yang saling berhubungan pada masalah target. Konsep-konsep yang saling berhubungan pada masalah target kemudian dirangkai menjadi struktur penyelesaian masalah target dan diterapkan untuk menyelesaikan masalah target.

Subjek berkemampuan matematika tinggi mengidentifikasi informasi menghasilkan lebih dari satu set informasi, menghasilkan lebih dari satu struktur penyelesaian, dan memetakan lebih dari satu struktur penyelesaian dari masalah sumber ke masalah target. Dengan demikian prosedur *encoding* yang dilakukan subjek berkemampuan matematika tinggi lebih luas dibandingkan dengan subjek berkemampuan matematika sedang dan rendah. Pengetahuan yang dimiliki siswa berkemampuan matematika tinggi lebih kaya dibandingkan dengan subjek berkemampuan matematika sedang dan rendah. Prosedur pemetaan yang dilakukan subjek berkemampuan matematika tinggi lebih kompleks dibandingkan dengan subjek berkemampuan matematika sedang dan rendah.

Untuk sampai pada kesimpulan menggunakan konsep-konsep matematika tertentu dalam menyelesaikan masalah sumber, subjek berkemampuan matematika rendah masih memerlukan bimbingan. Bentuk bimbingan yang diberikan kepada subjek berkemampuan matematika rendah berupa menggunakan analogi dengan benda-benda nyata yang ada disekitarnya serta analogi menggunakan konsep-konsep bilangan yang lebih sederhana.

DAFTAR PUSTAKA

- Bassok, M. (2001). "Semantic Alignments in Mathematical Word Problem". In D. Gentner, K. J. Holyoak, & N. Kokinov (ED). *The Analogical Mind: Perspectives from Cognitive Science* (p. 401-434). Cambridge, MA: MIT Press.
- Besold, Tarek R.. (2014). "Sensorimotor Analogies in Learning Abstract Skills and Knowledge: Modeling Analogy-Supported Education in Mathematics and Physics". *Modeling Changing Perspectives — Reconceptualizing Sensorimotor Experiences: Papers from the 2014 AAAI Fall Symposium*.
- Chiu, Shuhui, & Tron, O. M. (2004). "Classroom Discourse and the Development of Mathematical and Analogical Reasoning". In Lyn D English (ED). *Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners*. p. 75-102. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- DeWolf, M., Bassok, M., and Holyoak, K. J. (2013). "Analogical Reasoning with Rational Numbers: Semantic Alignment Based on Discrete Versus Continuous Quantities". In M. Knauf, M. Pauven, N. Sebanz, & I. Wachsmuth (Eds.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 388-393). Austin, TX: Cognitive Science Society
- English, Lyn D. (2004). "Mathematical and Analogical Reasoning in Early Childhood". In Lyn D English (ED). *Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners*. p. 1-17. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- English, Lyn D. (1999). "Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12". In Stiff, Lee V Curcio, Frances R (ED). *Reasoning by Analogy*. Reston: The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.
- English, Lyn D. (1998). "Reasoning by Analogy in Solving Comparison Problem". *Mathematical Cognition*. 4(2), p. 125-146.
- English, L. D., & Sharry, P. V. (1996). "Analogical reasoning and the development of algebraic abstraction". *Educational Studies in Mathematics*, 30, 135-157.
- Ferragud, C. B., Portolés, J. J. S., & Sanjosé, V. (2015). "Effects of Topic Familiarity on Analogical Transfer in Problem-Solving: A Think-Aloud Study of Two Singular Cases". *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(4), 875-887.
- Gentner, G., Loewenstein, J. and Thompson, L. (2003). "Learning and Transfer: A General Role for Analogical Encoding". *Journal of Educational Psychology*, Vol. 95, No. 2, 393-408
- Goswami, Usha. (2011). *Analogical Reasoning in Children*. University of Cambridge. <http://www.ebook-search-engine.com/analogical-reasoning-in-learning-mathematics-ebook-doc.html>. Diakses 25 September 2015
- Holyoak, K. J. (2012). "Analogy and Relational Reasoning". In K. J. Holyoak dan R.G. Morrison (Eds). *The Oxford Handbook of Thinking and Reasoning*. (pp. 234-259). New York: Oxford University Press.
- Holyoak, K. J., Gentner, D., & Kokinov, B. N. (2001). "Introduction: The Place of Analogy in Cognition". In D. Gentner, K.J. Holyoak, & N. Kokinov (ED). *The Analogical Mind: Perspectives from Cognitif Science* (p. 401-434). Cambridge, MA: MIT Press.
- Holyoak, K. J & Thagard, P. (1995). *Mental Leaps: Analogy in Creative Thought*. Cambridge, MA: MIT Press
- Holyoak, K. J., and Thagard, P. (1989). *Analogical Mapping by Constraint Satisfaction*. <http://cogsci.uwaterloo.ca/Articles/holyoak.analogical.cogsci>. Diakses, 14 Oktober 2014.
- Jee, B., Uttal, D., Gentner, D., Manduca, C., Shipley, T., & Sageman, B. (2013). "Finding faults: analogical comparison supports spatial concept learning in geosciences". *Cognitive Processing*, 14(2), 175-187.
- Lee, K. H, & Sriraman, B. (2010). "Conjecturing via Reconceived Classical Analogy". *Educational Study on Mathematic*. 76, 123-144. DOI 10.1007/s10649-010-9274-1. Springer.
- Loc, N. P., and Uyen, B. P. (2014). "Using Analogy in Teaching Mathematics: An Investigation of Mathematics Education Students in School of Education". *International Journal of Education and Research*. Vol. 2 No. 7. p. 91-98.
- Novick, L. R. (2010). *Research on Procedural Transfer in the Solution of Mathematical Word Problems*. http://www.vanderbilt.edu/peabody/novick/proc_trans.html, Diakses 26 Maret 2014
- Novick, L. R. (1992). "The Role Of Expertise In Solving Arithmetic And Algebra Word Problems By Analogy". In Jamie I.D. Campbell (Eds). *The Nature and Origins of Mathematical Skills*. Vol. 91, Pages 155-188
- Palchuk, A., & Chen, Zhe. 2009. *Analogy*. <http://www.education.com/reference/article/analogy/> diakses 24 Maret 2015
- Peled, Irit. (2007). "The Role of Analogical Thinking in Designing Tasks for Mathematics Teacher Education: An Example of a Pedagogical Ad Hoc Task". *J Math Teacher Educ* (2007) 10: 369-379. DOI 10.1007/s10857-007-9048-6
- Polya, G. (1973). *How to Solve It, A New Aspect of Mathematical Method*. New Jersey: Princenton University Press.
- Richland, L. E. and Simms, N. (2015). "Analogy, higher order thinking, and education". *WIREs Cognition Science* 2015. doi: 10.1002/wcs.1336. © 2015 JohnWiley & Sons, Ltd.
- Richland, L. E. & Hansen, J. (2013). "Reducing Cognitive Load in Learning by Analogy".

- International Journal of Psychological Studies; Vol. 5, No. 4; p. 69-80.
- Ruggiero, Vincent R. (2009). *The Art of Thinking: A Guide to Critical and Creative Thought. Ninth Edition, Published by Longman. Copyright © 2009 by Pearson Education, Inc*
- Saifaddin, D. (2014). Procedural Similarity and Its Effect on Transfer. International Conference on Applied Social Science Research (ICASSR). Atlantis Press
- Siswono, Tatag Y. E. dan Suwidiyanti.(2009). Proses Berpikir Analogi Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika. (UNEJ : Seminar Nasional Pendidikan dan Matematika). Tersedia: <http://www.academia.edu/4069250/> diakses 07 Maret 2015.
- Soedjadi, R. (2000). Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia. Jakarta: Dirjen Dikti Depdiknas.
- Sternberg, R. J. (2008). Psikologi Kognitif. Ed. 4. (Terj.: Yudi Santoso). Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Sternberg, R. J. (2003). Cognitif Psychology. 3TH Edition. Yale University
- Sternberg, R. J. (1987). Benyon IQ a Triarchic Theory of Human Intellegence. New York: Cambridge University Press
- Subanji.(2011). Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional. Malang: Universitas Negeri Malang (UM Press).
- Vendetti, M. S., Matlen, B. J., Richland, L. E, and Bunge, S. A. (2015). “Analogical Reasoning in the Classroom: Insights From Cognitive Science”. International Mind, Brain, and Education Society and Wiley Periodicals, Inc. V. 9, No. 2. p. 100-106.
- Voskoglou, M. Gr. (2012). “Mathematizing the Process of Analogical Problem Solving”. Journal of Mathematical Modelling and Application. Vol. 1, No. 7, 58-69 ISSN: 2178-2423.
- Zook, K. B. (2015). “Teaching and Learning by Analogy: Perspectives on the Parables of Yesus” A Journal of the International Christian Community for Teacher Educatio. FALL Volume 10, ISSU 2.
- Wikipedia Bahasa Indonesia <http://id.wikipedia.org/>
- Psychology Dictionary.<http://psychologydictionary.org/math/ematical-ability/>