

ANALISIS KESTABILAN BEBAS PENYAKIT MODEL EPIDEMI CVPD (*CITRUS VEIN PHLOEM DEGENERATION*) PADA TANAMAN JERUK DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II

Tesa Nur Padilah¹⁾, Najmudin Fauji²⁾

¹⁾Universitas Singaperbangsa Karawang, ²⁾Universitas Singaperbangsa Karawang
tesa.nurpadilah@staff.unsika.ac.id, najmudin.fauji@staff.unsika.ac.id

Abstrak

Jeruk merupakan komoditas buah-buahan penting di Indonesia. Namun, usaha peningkatan produksi jeruk masih mengalami hambatan, salah satunya akibat penyakit CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*). Penyakit CVPD dapat ditemukan pada semua jenis jeruk di Indonesia. Bagian tanaman yang terserang parah biasanya mengering secara perlahan-lahan kemudian mati, sedangkan serangan ringan mengakibatkan pertumbuhannya terhambat. Penyebaran penyakit CPVD pada jeruk dapat dimodelkan dalam suatu model matematis yaitu model epidemi antara tanaman jeruk sebagai inang dengan serangga *Diaphorina Citri* (kutu loncat) sebagai hama (vektor). Pada model ini, respon pemangsaan mengikuti fungsi respon Holling Tipe II. Analisis model dilakukan dengan menganalisis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan angka rasio reproduksi dasar. Model ini memiliki satu titik ekuilibrium bebas penyakit. Analisis perilaku model menunjukkan bahwa jika nilai angka rasio reproduksi dasar kurang dari satu, maka titik ekuilibrium tersebut bersifat stabil asimtotik lokal. Ini berarti, untuk jangka waktu tertentu populasi akan bebas dari penyakit. Simulasi model dengan menggunakan software Maple 13 sejalan dengan analisis perilaku model. Berdasarkan angka rasio reproduksi dasar diperoleh bahwa pengendalian yang dapat dilakukan agar populasi bebas dari penyakit CVPD diantaranya dengan pemusnahan tanaman sakit, penggunaan pestisida yang dapat mengendalikan populasi vektor, dan pengadaan bibit jeruk bebas penyakit.

Kata Kunci: angka rasio reproduksi dasar; Holling Tipe II; model epidemi; titik ekuilibrium.

1. PENDAHULUAN

Menurut (Rizal, Pebriyadi, & Widowati, 2011), jeruk (*Citrus sp*) merupakan salah satu komoditi buah-buahan yang mempunyai peranan penting di pasaran dunia maupun dalam negeri, baik dalam bentuk segar maupun olahannya. Namun, produktivitas tanaman jeruk akan mengalami penurunan jika terkena serangan *Diaphorina citri* (kutu loncat). Penyakit menular yang disebabkan serangga ini dikenal sebagai penyakit CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*) (Wijaya, Adiartayasa, Sritamin, Ketut, & Yuliadhi, 2010). Menurut (Balai Pengkajian Teknologi Pertanian, 2002), penyakit ini disebabkan oleh bakteri *Liberobacter asiaticum* yang menghambat tanaman dalam menyerap nutrisi karena sel-sel *phloem* mengalami degenerasi. Selain ditularkan oleh serangga *Diaphorina citri*, penyebaran penyakit ini juga ditularkan oleh bibit jeruk yang terinfeksi CVPD.

Penyebaran penyakit CPVD dapat dimodelkan menjadi suatu model epidemi. Model epidemi merupakan model matematika yang dapat memberikan pemahaman tentang bagaimana penyakit menular dapat menyebar, menggali prinsip-prinsip umum yang mengatur dinamika penularan penyakit, dan mengidentifikasi parameter yang lebih penting dan sensitif untuk membuat prediksi yang dapat diandalkan dan memberikan strategi pencegahan serta pengendalian (Ma & Li, 2009).

Model epidemi yang paling sederhana adalah model *SI*. Pada model ini, populasi yang diamati terbagi menjadi subpopulasi rentan *S* (*susceptible*) serta subpopulasi terinfeksi dan menularkan *I* (*infectives*). Pada tahun 1927, Kermack-Mckendrick memperluas model *SI* dengan menambahkan subpopulasi sembuh *R* (*recovery*) (Ma & Li, 2009). Selanjutnya (Shi, Zhao, & Tang, 2014) menganalisis model penyakit tanaman yang membagi populasi tanaman inang menjadi subpopulasi inang rentan, inang terinfeksi dan menularkan, dan inang sembuh, serta membagi populasi hama (vektor) menjadi subpopulasi hama rentan dan hama terinfeksi dan menularkan. Laju pemangsaan pada model ini mengikuti laju pemangsaan yang sangat umum dimiliki oleh serangga yaitu fungsi respon Holling Tipe II karena tingkat pemangsaan dipengaruhi oleh ketersediaan mangsa. Pemangsaan meningkat seiring dengan meningkatnya ketersediaan mangsa, tetapi menurun saat mendekati kenyang sehingga waktu yang diperlukan pemangsa menjadi lebih lama (Holling, 1959). Berdasarkan model yang diperoleh, ditentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik serta angka rasio reproduksi dasar. Selanjutnya (Shi et al., 2014) melakukan analisis kestabilan titik ekuilibrium untuk mengetahui bagaimana perilaku model untuk jangka waktu tertentu sehingga dapat diketahui apakah populasi akan bebas dari penyakit atau tidak. Berdasarkan angka rasio reproduksi dasar dapat diketahui faktor-faktor apa saja yang dapat menyebabkan kasus epidemi pada populasi. Salah satu penyakit yang sesuai dengan model (Shi et al., 2014) adalah penyakit CPVD pada tanaman jeruk. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji kembali model (Shi et al., 2014) dengan melakukan analisis kestabilan bebas penyakit model epidemi CPVD pada tanaman jeruk dengan fungsi respon Holling Tipe II.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan asumsi, variabel, dan parameter pada model (Shi et al., 2014). Selanjutnya dilakukan penurunan model sesuai dengan asumsi, lalu ditentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan angka rasio reproduksi dasar. Titik ekuilibrium bebas penyakit ditentukan dengan metode substitusi (Edwards & Penney, 2008). Angka rasio reproduksi dasar (R_0) adalah suatu nilai yang menyatakan rasio dari banyaknya kasus infeksi kedua terhadap kasus infeksi pertama dalam populasi tertutup yang disebabkan oleh individu terinfeksi dan menularkan dalam keseluruhan populasi rentan. Nilai R_0 diperoleh dengan cara menghitung radius spektral dari

metode matriks generasi berikutnya (*the next generation matrix method*) (Brauer, Driessche, & Wu, 2008). Tahapan selanjutnya adalah melakukan analisis kestabilan di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit. Analisis perilaku model dilakukan dengan terlebih dahulu melinierisasi sistem di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit (Machowski, Bialek, & Bumby, 2008). Selanjutnya, untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit, dilakukan analisis terhadap bagian riil nilai eigen dari persamaan karakteristik (Edwards & Penney, 2008). Penentuan bagian riil nilai eigen tersebut menggunakan metode nilai eigen dan kriteria Routh-Hurwitz. Kriteria Routh-Hurwitz digunakan untuk mengecek kestabilan melalui koefisien persamaan karakteristiknya tanpa menghitung akar-akar dari persamaan karakteristik yang ada (Olsder, Woude, Maks, & Jeltsema, 2011). Tahapan terakhir adalah melakukan simulasi model dengan menggunakan *software* Maple. Parameter-parameter dan variabel-variabel yang digunakan dalam simulasi ditentukan berdasarkan data sekunder yang diperoleh dari (Balai Pengkajian Teknologi Pertanian, 2002), sedangkan parameter dan variabel lainnya dipilih berdasarkan (Shi et al., 2014).

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

a. Asumsi Model

Kelompok individu model epidemi CVPD pada tanaman jeruk dibagi menjadi lima kelompok yaitu subpopulasi tanaman jeruk rentan S (*susceptible*), tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan I (*infectives*), tanaman jeruk sembuh R (*recovery*), *Diaphorina citri* rentan P , dan *Diaphorina citri* terinfeksi dan menularkan Y . Asumsi-asumsi yang digunakan pada model diantaranya:

- 1) Total jumlah tanaman jeruk konstan setiap saat.
- 2) Tingkat kelahiran tanaman jeruk sama dengan tingkat kematian alami tanaman jeruk. Setiap tanaman jeruk yang mati karena penyakit akan digantikan oleh tanaman jeruk baru dengan jumlah yang sama.
- 3) Setiap tanaman jeruk baru akan menjadi tanaman jeruk rentan.
- 4) Tanaman jeruk rentan tidak hanya dapat terinfeksi oleh *Diaphorina citri* terinfeksi dan menularkan, tetapi juga oleh tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan.
- 5) *Diaphorina citri* rentan hanya dapat terinfeksi oleh tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan, dan setelah terinfeksi, *Diaphorina citri* tersebut akan terus terinfeksi selama sisa hidupnya. Lebih lanjut, diasumsikan tidak terjadi penularan vertikal, yaitu antar serangga *Diaphorina citri*.
- 6) Tingkat kelahiran *Diaphorina citri* konstan dan setiap *Diaphorina citri* baru yang lahir akan menjadi *Diaphorina citri* rentan.
- 7) Ketika *Diaphorina citri* rentan menggigit tanaman jeruk terinfeksi, *Diaphorina citri* tersebut dapat terinfeksi dengan tingkat perpindahan mengikuti Holling Tipe II.

- 8) Ketika tanaman jeruk rentan berinteraksi dengan tanaman jeruk terinfeksi, tanaman jeruk tersebut dapat terinfeksi dengan tingkat perpindahan mengikuti Holling Tipe II.

b. Variabel dan Parameter

Variabel-variabel yang digunakan bernilai nonnegatif, sedangkan parameter-parameternya bernilai positif, yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 1 Daftar Variabel dan Parameter

Simbol	Definisi	Jenis	Satuan
S	jumlah tanaman jeruk rentan	variabel	pohon
I	jumlah tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan	variabel	pohon
R	jumlah tanaman jeruk sembuh	variabel	pohon
K	total jumlah tanaman jeruk	variabel	pohon
P	jumlah <i>Diaphorina citri</i> rentan	variabel	ekor
Q	jumlah <i>Diaphorina citri</i> terinfeksi dan menularkan	variabel	ekor
N	total jumlah <i>Diaphorina citri</i>	variabel	ekor
β_1	rasio infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan <i>Diaphorina citri</i> rentan	parameter	per pohon per waktu
β_2	tingkat gigitan <i>Diaphorina citri</i> terinfeksi dan menularkan terhadap tanaman jeruk rentan	parameter	per ekor per waktu
β_3	kejadian infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan tanaman jeruk rentan	parameter	per pohon per waktu
α_1	level kekuatan penyerapan infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan <i>Diaphorina citri</i> rentan	parameter	per pohon
α_2	level kekuatan penyerapan infeksi <i>Diaphorina citri</i> terinfeksi dan menularkan terhadap tanaman jeruk rentan	parameter	per pohon
α_3	level kekuatan penyerapan infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan tanaman jeruk rentan	parameter	per pohon
γ	tingkat perubahan tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan menjadi tanaman jeruk sembuh (tingkat kesembuhan)	parameter	per waktu
μ	tingkat kematian alami tanaman jeruk	parameter	per waktu

Λ	kelahiran atau imigrasi <i>Diaphorina citri</i>	parameter	ekor per waktu
m	tingkat kematian alami <i>Diaphorina citri</i>	parameter	per waktu
d	tingkat kematian tanaman jeruk karena penyakit CVPD	parameter	per waktu

c. Penurunan Model

Model epidemi CVPD pada tanaman jeruk berupa sistem persamaan diferensial nonlinier yaitu

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu(K - S) - \left(\frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I} \right) S + dI \\ \frac{dI}{dt} &= \left(\frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I} \right) S - (d + \mu + \gamma) I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R \\ \frac{dP}{dt} &= \Lambda - \frac{\beta_1 I}{1 + \alpha_1 I} P - mP \\ \frac{dQ}{dt} &= \frac{\beta_1 I}{1 + \alpha_1 I} P - mQ. \end{aligned} \tag{1}$$

Sistem (1) dapat direduksi menjadi sistem berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu(K - S) - \left(\frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I} \right) S + dI \\ \frac{dI}{dt} &= \left(\frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I} \right) S - \omega I \\ \frac{dQ}{dt} &= \frac{\beta_1 I}{1 + \alpha_1 I} \left(\frac{\Lambda}{m} - Q \right) - mQ \end{aligned} \tag{2}$$

dengan $\omega = d + \mu + \gamma$.

Diperhatikan bahwa $S \geq 0, I \geq 0, R \geq 0, P \geq 0$, dan $Q \geq 0$, sehingga $S + I \geq 0$. Selanjutnya, karena $K = S + I + R$, maka $S + I \leq K$. Lebih lanjut, $S + I = K$ terpenuhi jika tidak ada individu di subpopulasi R . Karena

$\frac{\Lambda}{m} = P + Q$, maka $Q \leq \frac{\Lambda}{m}$, sehingga himpunan

$$\Omega = \left\{ (S, I, Q) \in R_+^3 : 0 \leq S + I \leq K, 0 \leq Q \leq \frac{\Lambda}{m} \right\}$$

adalah himpunan tertutup.

Teorema 1. *Himpunan tertutup Ω adalah himpunan invarian positif.*

d. Titik Ekuilibrium dan Angka Rasio Reproduksi Dasar

Model epidemi CVPD pada tanaman jeruk berupa sistem persamaan diferensial nonlinier. Titik ekuilibrium untuk model epidemi CVPD tanaman jeruk pada Sistem (2) diperoleh jika

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dQ}{dt} = 0. \tag{3}$$

Titik ekuilibrium bebas penyakit adalah titik ekuilibrium pada saat tidak ada penyakit dalam populasi. Dengan kata lain, jumlah tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan adalah nol ($I = 0$). Dengan menyubstitusikan $I = 0$ ke Persamaan (3) diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit (Edwards & Penney, 2008). Sistem (2) mempunyai satu titik ekuilibrium bebas penyakit.

Teorema 2. *Titik ekuilibrium bebas penyakit dari Sistem (2) yaitu*

$$E_0 = (S^*, I^*, Q^*) = (K, 0, 0).$$

Selanjutnya, diberikan model pada Sistem (2). Nilai angka rasio reproduksi dasar untuk Sistem (2) diperoleh dengan cara menghitung radius spektral dari metode matriks generasi berikutnya (*the next generation matrix method*) (Brauer et al., 2008) yaitu

$$R_0 = \frac{\beta_3 K}{\omega} + \frac{\beta_1 \beta_2 \Lambda K}{\omega m^2}.$$

e. Analisis Perilaku Model

Model epidemi CVPD tanaman jeruk pada Sistem (2) merupakan sistem nonlinier. Analisis perilaku model dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk matriks Jacobian hasil linierisasi Sistem (2) di titik ekuilibrium (Machowski et al., 2008). Matriks Jacobian hasil linierisasi model epidemi CVPD di sekitar titik ekuilibrium $E = (S^*, I^*, Q^*)$ adalah

$$J_{(E)} = \begin{pmatrix} G_1 & d - \frac{\beta_3 S}{(1 + \alpha_3 I)^2} & -\frac{\beta_2 S}{(1 + \alpha_2 Q)^2} \\ G_2 & \frac{\beta_3 S}{(1 + \alpha_3 I)^2} - \omega & \frac{\beta_2 S}{(1 + \alpha_2 Q)^2} \\ 0 & \frac{\beta_1 \Lambda}{m(1 + \alpha_1 I)^2} - \frac{\beta_1 Q}{(1 + \alpha_1 I)^2} & -\frac{\beta_1 I}{1 + \alpha_1 I} - m \end{pmatrix}_{(S, I, Q) = (S^*, I^*, Q^*)},$$

dengan

$$G_1 = -\mu - \left(\frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I} \right),$$

$$G_2 = \frac{\beta_2 Q}{1 + \alpha_2 Q} + \frac{\beta_3 I}{1 + \alpha_3 I}.$$

Matriks J_{E_0} adalah matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium E_0 , yaitu

$$J_{(E_0)} = \begin{pmatrix} -\mu & d - \beta_3 K & -\beta_2 K \\ 0 & \beta_3 K - \omega & \beta_2 K \\ 0 & \frac{\beta_1 \Lambda}{m} & -m \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya analisis terhadap bagian riil nilai eigen dari persamaan karakteristik untuk matriks $J_{(E_0)}$ dilakukan untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium E_0 (Edwards & Penney, 2008). Penentuan bagian riil nilai eigen tersebut menggunakan metode nilai eigen dan kriteria Routh-Hurwitz (Olsder et al., 2011).

Teorema 3. Dimisalkan $E_0 = (S^*, I^*, Q^*) = (K, 0, 0)$. Jika $R_0 < 1$, maka titik ekuilibrium E_0 stabil asimtotik lokal. Ini berarti, untuk jangka waktu tertentu populasi akan bebas dari penyakit.

SIMULASI MODEL

Nilai-nilai Parameter

Nilai-nilai parameter dalam simulasi ini dihitung berdasarkan data dari (Balai Pengkajian Teknologi Pertanian, 2002). Menurut (Balai Pengkajian Teknologi Pertanian, 2002), vektor *Diaphorina citri* mampu menghasilkan 9-10 generasi dalam 1 tahun, sehingga diperoleh nilai parameter $\Lambda = 10$ ekor per tahun. Berdasarkan pengamatan (Wijaya et al., 2010), kisaran populasi *Diaphorina citri* adalah 0,12 – 9,9 ekor per pohon, sehingga dipilih populasi awal *Diaphorina citri* yang terinfeksi dan menularkan sebanyak 10 ekor. Nilai-nilai parameter lainnya dipilih berdasarkan jurnal (Shi et al., 2014). Nilai-nilai parameter disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2 Nilai-nilai Parameter

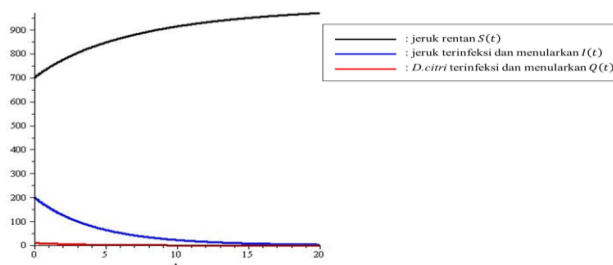
Simbol	Definisi	Nilai	Satuan
β_1	rasio infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan <i>Diaphorina citri</i> rentan	0,0001	per pohon per tahun
β_2	tingkat gigitan <i>Diaphorina citri</i> terinfeksi dan menularkan terhadap jeruk rentan	0,002	per ekor per tahun
β_3	kejadian infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan jeruk rentan	0,0001	per pohon per tahun

α_1	level kekuatan penyerapan infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan <i>Diaphorina citri</i> rentan	0,1	per pohon
α_2	level kekuatan penyerapan infeksi <i>Diaphorina citri</i> terinfeksi dan menularkan terhadap jeruk rentan	0,2	per pohon
α_3	level kekuatan penyerapan infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan	0,2	per pohon
γ	tingkat perubahan jeruk terinfeksi dan menularkan menjadi jeruk sembuh (tingkat kesembuhan)	0,065	per tahun
μ	tingkat kematian alami jeruk	0,1	per tahun
Λ	kelahiran atau imigrasi <i>Diaphorina citri</i>	10	ekor per
m	tingkat kematian alami <i>Diaphorina citri</i>	0,3	per tahun
d	tingkat kematian jeruk karena penyakit	0,1	per tahun

dengan nilai awalnya adalah $S(0) = 700$, $I(0) = 200$, $Q(0) = 10$, dan total jumlah pohon jeruk $K = 1.000$.

Perhitungan Numerik dan Simulasi

Berdasarkan **Tabel 2** diperoleh nilai angka rasio reproduksi dasar yaitu $R_0 = 0,464 < 1$. Karena $R_0 < 1$, maka penyakit tidak akan menyebar, dengan kata lain untuk jangka waktu tertentu populasi akan bebas dari penyakit. Titik ekuilibrium bebas penyakitnya adalah $E_0 = (1.000; 0; 0)$. Simulasi model menggunakan *software* Maple 13, hasil simulasi di titik ekuilibrium E_0 disajikan dalam gambar berikut.



Gambar 1 Grafik S , I , dan Q di Titik Ekuilibrium E_0

Berdasarkan **Gambar 1**, jumlah jeruk rentan S , jeruk terinfeksi dan menularkan I , serta *Diaphorina citri* terinfeksi dan menularkan Q untuk jangka waktu tertentu akan menuju ke titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 . Dengan demikian tidak terjadi epidemi pada populasi, ini berarti populasi jeruk bebas penyakit. Selanjutnya, jumlah jeruk sembuh R lebih kurang 0 pohon dan jumlah *Diaphorina citri* rentan P lebih kurang 33 ekor.

Berdasarkan angka rasio reproduksi dasar, faktor-faktor yang dapat

dikendalikan agar populasi jeruk bebas penyakit diantaranya rasio infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan *Diaphorina citri* rentan (β_1), tingkat gigitan *Diaphorina citri* terinfeksi dan menularkan terhadap jeruk rentan (β_2), dan kejadian infeksi antara jeruk terinfeksi dan menularkan dengan jeruk rentan (β_3).

Paramater β_1 dapat dikendalikan dengan cara pemusnahan tanaman sakit. Paramater β_2 dapat dikendalikan dengan cara penggunaan pestisida yang dapat mengendalikan populasi vektor. Paramater β_3 dapat dikendalikan dengan cara pengadaan bibit jeruk bebas penyakit. Berdasarkan simulasi, parameter yang paling berpengaruh adalah β_1 dan β_3 sehingga pemusnahan tanaman sakit dan pengadaan bibit jeruk bebas penyakit harus lebih diperhatikan.

4. SIMPULAN

Model epidemi CVPD pada tanaman jeruk dengan respon pemangsaan mengikuti fungsi respon Holling Tipe II berupa sistem persamaan diferensial nonlinier yang memiliki satu titik ekuilibrium bebas penyakit. Angka rasio reproduksi dasar menunjukkan bahwa penyebaran penyakit dalam populasi dipengaruhi oleh rasio infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan *Diaphorina citri* rentan, tingkat gigitan *Diaphorina citri* terinfeksi dan menularkan terhadap tanaman jeruk rentan, kejadian infeksi antara tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan dengan tanaman jeruk rentan, tingkat perubahan tanaman jeruk terinfeksi dan menularkan menjadi tanaman jeruk sembuh (tingkat kesembuhan), tingkat kematian alami tanaman jeruk, kelahiran atau imigrasi *Diaphorina citri*, tingkat kematian alami *Diaphorina citri*, dan tingkat kematian tanaman jeruk karena penyakit CVPD. Analisis perilaku model menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 bersifat stabil asimtotik lokal jika nilai angka rasio reproduksi dasar kurang dari satu. Ini berarti, untuk jangka waktu tertentu populasi akan bebas dari penyakit. Pengendalian yang dapat dilakukan agar tanaman jeruk bebas dari penyakit CVPD diantaranya dengan cara pemusnahan tanaman sakit, penggunaan pestisida yang dapat mengendalikan populasi vektor, dan pengadaan bibit jeruk bebas penyakit.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Balai Pengkajian Teknologi Pertanian. (2002). *Pengenalan penyakit CVPD pada tanaman jeruk dan upaya pengendaliannya*. Sulawesi Selatan. Retrieved from http://sulsel.litbang.pertanian.go.id/ind/index.php?option=com_content&view=article&id=121:pengenalan-penyakit-cvpd-pada-tanaman-jeruk-dan-upaya-pengendaliannya&catid=47:panduanpetunjuk-teknis-brosur-&Itemid=231
- Brauer, F., Driessche, P. Van Den, & Wu, J. (2008). *Mathematical*

- epidemiology*. Verlag Berlin Heidelberg: Springer.
- Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2008). *Elementary differential equation* (4th ed.). New Jersey: Pearson Education.
- Holling, C. S. (1959). Some characteristics of simple types of predation and parasitism. *Entomology Journal Canada*, 91, 385–398.
- Ma, Z., & Li, J. (2009). *Dinamical modeling and analysis of epidemics*. Singapore: World Scientific Publisher.
- Machowski, J., Bialek, J. W., & Bumby, J. R. (2008). *Power system dynamics: Stability and control* (2nd ed.). New York: John Wiley and Sons, Ltd.
- Olsder, G. J., Woude, J. W. van der, Maks, J. G., & Jeltsema, D. (2011). *Mathematical systems theory* (4th ed.). Netherlands: VSSD.
- Rizal, M., Pebriyadi, B., & Widowati, R. (2011). *Budidaya jeruk bebas penyakit*. Kalimantan Timur.
- Shi, R., Zhao, H., & Tang, S. (2014). *Global dynamic analysis of a vector-borne plant disease model*, 1–16. <http://doi.org/10.1186/1687-1847-2014-59>
- Wijaya, I. N., Adiartayasa, W., Sritamin, M., Ketut, D. A. N., & Yuliadhi, A. Y. U. (2010). *Dinamika populasi Diaphorina citri Kuwayama (Homoptera : Psyllidae) dan deteksi CVPD dengan teknik PCR*, 7(2), 78–87.